ORGANIZADORES
JOÃO VITOR TEODORO
IRENE MAGALHÃES CRAVEIRO

COLETÂNEA DE AULAS DE MATEMÁTICA EM DIFERENTES METODOLOGIAS DE ENSINO

- JOGOS
- ENSINO EXPLORATÓRIO
- TECNOLOGIAS DIGITAIS
- RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

eduftm

ORGANIZADORES
JOÃO VITOR TEODORO
IRENE MAGALHÃES CRAVEIRO

COLETÂNEA DE AULAS DE

MATEMÁTICA

EM DIFERENTES METODOLOGIAS DE ENSINO

- JOGOS
- ENSINO EXPLORATÓRIO
- TECNOLOGIAS DIGITAIS
- RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

eduftm

Uberaba
2023

Direção Geral
Norma Lucia da Silva

Coordenação Editorial
Tânia Araújo do Nascimento Cad

Projeto Gráfico, Diagramação e Capa
Viviane Mara Miranda Rodrigues

Revisão
Débora Francisca de Lima

Editora da UFTM - EDUFTM
Endereço: Praça Thomaz Ulhôa, 582 - Bairro Abadia
CEP: 38025-050 - Uberaba/MG
Telefone: (34) 3700-6647

CATALOGAÇÃO NA FONTE:
BIBLIOTECA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO TRIÂNGULO MINEIRO

C658 Coletânea de aulas de matemática em diferentes metodologias de ensino / João Vitor Teodoro, Irene Magalhães Craveiro, organizadores. – Uberaba, MG: Eduftm, 2023.
304 p.: il.

Bibliografia
E-book
ISBN 978-65-89736-18-9

1. Matemática. 2. Ensino - Metodologia. 3.Tecnologia educacional. 4. Prática de ensino. I. Teodoro, João Vitor. II. Craveiro, Irene Magalhães. III. Título.

CDU 51

Cicera Daniele da Silva - Bibliotecária - CRB-6/3012

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO
João Vitor Teodoro
Irene Magalhães Craveiro 8

1. ASPECTOS PEDAGÓGICOS E ORGANIZAÇÃO DIDÁTICA DE ALGUMAS METODOLOGIAS DE ENSINO DE MATEMÁTICA
Renata Viviane Raffa Rodrigues
Tatiani Garcia Neves
Maria Aparecida Mendes de Oliveira 10

2. UMA EXPERIÊNCIA DE CONSTRUÇÃO DO TERMO GERAL DE UMA PROGRESSÃO ARITMÉTICA ATRAVÉS DA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA
João André Amorim Araújo
Maria Aparecida Mendes de Oliveira 28

3. INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA: UNINDO A ARTE À MATEMÁTICA ATRAVÉS DA ANÁLISE COMBINATÓRIA
Priscila Rodrigues Simis
Sandra Regina Oliveira de Souza 36

4. O USO DA INVESTIGAÇÃO E EXPLORAÇÃO MATEMÁTICA NO CÁLCULO DE DISTÂNCIAS INACESSÍVEIS: RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA
Marcia Aparecida Garcia Teixeira
Sandra Regina Oliveira de Souza 47

5. ENSINO DE GEOMETRIA PLANA COM O AUXÍLIO DO TANGRAM: UMA ABORDAGEM EXPLORATÓRIA
Diogo Ferreira Jandrey
Adriano Oliveira Barbosa 52

6. FAZER DIFERENÇA, FAZENDO DIFERENTE COM O MOSAICO
Margareth Virginia de Rezende Mehlmann
Mariana Fabiane Garcia Travassos 57

7. DIMENSIONAMENTO DE UM RESERVATÓRIO PARA CAPTAÇÃO E ARMAZENAMENTO DE ÁGUA DA CHUVA PARA FINS NÃO POTÁVEIS
Cleber Alessandro Ramos
Adriano Oliveira Barbosa 69

8. UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA O ENSINO DE PORCENTAGEM, REGRA DE TRÊS SIMPLES, JUROS SIMPLES E COMPOSTO
Vanderley Inácio Gonçalves
Irene Magalhães Craveiro 79

9. UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA O ENSINO DO CÁLCULO DE ÁREA E VOLUME DE PRISMAS E CILINDROS
Claudemar Frederice
Irene Magalhães Craveiro 87

10. CONSTRUINDO O CONCEITO DE PROGRESSÃO ARITMÉTICA POR MEIO DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
Sara Belido Silva Coelho
Selma Helena Marchiori Hashimoto 98

11. O USO DO TEODOLITO CASEIRO PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO PROCESSO DE ENSINO DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS
Oilson Antonio Soares Enciso
João Vitor Teodoro 103

12. METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA IDEIA INTUITIVA DE VOLUME
Marlene Mazurek Pereira
João Vitor Teodoro 108

13. A METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O ENSINO DE ESTATÍSTICA NO TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO EM UMA ESCOLA ESTADUAL NO MUNICÍPIO DE ÁGUA CLARA - MS
Lilian Oliveira Daniel
Mariana Fabiane Garcia Travassos 116

14. ENSINO DE ÁREAS DE SUPERFÍCIES PLANAS POR MEIO DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
Milena Benites Pinheiro Novais
João Vitor Teodoro 125

15. CÁLCULO DE ÁREAS E CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS UTILIZANDO A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
Danielly Aparecida Lopes
João Vitor Teodoro 132

16. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: RELATO DE UMA AULA DE GEOMETRIA ANALÍTICA SOBRE DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS
Jusiane Cristina da Silva
João Vitor Teodoro 141

17. UMA AULA SOBRE FUNÇÃO DO 1º GRAU UTILIZANDO A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
Carla Jussara de Oliveira Winckler
João Vitor Teodoro 148

18. O ENSINO DE SEQUÊNCIAS PARA ALUNOS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO: UMA ABORDAGEM POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
Carolini Casarini Cardoso
João Vitor Teodoro 153

19. UMA AULA SOBRE COMBINAÇÃO SIMPLES COM A METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
Jociléia Corrêa Côra Campos
João Vitor Teodoro 161

20. UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA O ENSINO DE SISTEMAS LINEARES
Elizabete Joana Teodoro
Alexandre Pitangui Calixto 166

21. UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA O ENSINO DE SISTEMAS LINEARES EM SALA DE AULA
Clingesmarques de Albuquerque Cruz
Alexandre Pitangui Calixto 172

22. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ANÁLISE COMBINATÓRIA
José Carlos Fernandes Caimar
Alexandre Pitangui Calixto 177

23. TRABALHANDO A FUNÇÃO DO 1º GRAU POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
Doralice Marta de Souza
Alexandre Pitangui Calixto 183

24. CÁLCULO DE PROBABILIDADES NO ENSINO MÉDIO ATRAVÉS DE NOVAS TECNOLOGIAS: UMA COMBINAÇÃO DE APLICATIVOS PARA CELULAR E COMPUTADOR
José Alexandre Marques Bougleux
Sérgio Rodrigues 189

25. O USO DE TECNOLOGIAS NO ENSINO DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO ENSINO MÉDIO
Francieli Daiane Zanquetta Pinho da Silva
Sérgio Rodrigues 197

26. UTILIZAÇÃO DO APLICATIVO LIBREOFFICE CALC NO ENSINO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA
Margarete Medina Maciel
Sérgio Rodrigues 209

27. O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS NO ENSINO MÉDIO
Reinaldo Morinigo
Sérgio Rodrigues 221

28. TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO, MODELAGEM E O ENSINO DA MATEMÁTICA: ASSOCIAÇÃO ENTRE METODOLOGIAS VISANDO A UMA APRENDIZAGEM MAIS SIGNIFICATIVA
Adriano Angeli Nascimento de Brito
Adriano Oliveira Barbosa 227

29. O JOGO BINGO DA PERMUTAÇÃO: UMA EXPERIÊNCIA VIVENCIADA NO ENSINO MÉDIO
Jóice Gomes dos Santos
Claudia Angela da Silva 261

30. A UTILIZAÇÃO DO JOGO DO BINGO NO ENSINO DE ALGARISMOS ROMANOS: UMA ABORDAGEM DE FIXAÇÃO
Marcos Paulo Vasconcelos da Paz
Mariana Fabiane Garcia Travassos 268

31. O JOGO NO ENSINO DE SEQUÊNCIA NUMÉRICA NO ENSINO MÉDIO
Ana Paula Lopes dos Santos
Claudia Angela da Silva 277

32. O JOGO BOZÓ: UMA PROPOSTA DIDÁTICO-METODOLÓGICA PARA O ESTUDO DOS CONCEITOS FUNDAMENTAIS DE PROBABILIDADE
Valéria de Carvalho Torquato Evangelista
João Vitor Teodoro 286

33. A UTILIZAÇÃO DO JOGO STOP DA MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE SEQUÊNCIA NUMÉRICA
Joaquim Ribeiro Moreira Júnior
Tatiani Garcia Neves 293

34. JUNTOS E MISTURADOS: OS ENTRAVES DO CICLO TRIGONOMÉTRICO ATRAVÉS DE UMA ABORDAGEM COM JOGOS
Maristela Fagundes
Selma Helena Marchiori Hashimoto 299

APRESENTAÇÃO

É uma grande honra poder organizar um livro que reúne relatos de experiências vivenciadas por educadores da área da matemática que aplicaram suas aulas como uma das condições para a elaboração de seus trabalhos de conclusão de curso no programa de pós-graduação a distância *lato sensu* em Ensino de Matemática para o Ensino Médio – Matem@tica na Pr@tica – UAB. Esta especialização foi ofertada duas vezes pela Faculdade de Educação a Distância da Universidade Federal da Grande Dourados, entre os anos de 2015 e 2018.

O primeiro capítulo se apresenta de forma diferenciada dos demais, pois descreve as metodologias (Ensino Exploratório, Resolução de Problemas, Jogos e Tecnologias Digitais) que são frequentemente utilizadas no planejamento e na aplicação das aulas de matemática, assim como alicerça os capítulos seguintes desta obra. Tal capítulo é uma colaboração das autoras, que detêm grande experiência nos temas.

Os demais capítulos, utilizando uma ou mais metodologias descritas no Capítulo 1, relatam a organização, a aplicação e os resultados de aulas elaboradas pelos alunos deste curso de pós-graduação, contemplando os trabalhos finais de conclusão. Sendo assim, cada autor é especialista do programa e o coautor seu professor orientador correspondente.

A ideia da publicação de uma coletânea desses resultados surgiu após observar a originalidade e a atratividade desses trabalhos, como um modo de compartilhá-los abertamente com os educadores em matemática que queiram aproveitar os resultados como referências para suas aulas. Observemos que o conteúdo de cada capítulo é de responsabilidade dos seus autores.

É indispensável agradecer pela colaboração direta ou indireta na concepção deste livro a todos os envolvidos no programa de pós-graduação supracitado, especialmente à Profa. Dra. Selma Helena Marchiori Hashimoto, que coordenou o programa, e à Profa. Dra. Elizabeth Matos Rocha, diretora da Faculdade de Educação a Distância da Universidade Federal da Grande Dourados no período. Além disso, gratular à Editora da Universidade Federal do Triângulo Mineiro e ao seu Conselho Editorial, indispensáveis para a publicação livre, gratuita e de qualidade desta e de outras obras.

Por fim, esperamos que estes textos tragam ideias e experiências inovadoras aos colegas educadores em matemática, que os façam criar e, também, motivá-los a compartilhar novos resultados.

João Vitor Teodoro
Irene Magalhães Craveiro

1 ASPECTOS PEDAGÓGICOS E ORGANIZAÇÃO DIDÁTICA DE ALGUMAS METODOLOGIAS DE ENSINO DE MATEMÁTICA

Renata Viviane Raffa Rodrigues[1]
Tatiani Garcia Neves[2]
Maria Aparecida Mendes de Oliveira[3]

INTRODUÇÃO

Segundo Pais (2010), no desenvolvimento da prática letiva, é sempre necessário estabelecer prioridades na condução dos procedimentos adotados em sala de aula, pelo menos, quando entendemos que o professor é o coordenador do sistema didático escolar. Partindo da ideia de metodologia de ensino como um encaminhamento pedagógico proposto ao estudo de um determinado saber, avaliamos que uma dessas prioridades diz respeito à escolha de uma metodologia de ensino.

Entretanto, a adoção de uma metodologia de ensino não pode ser dissociada dos aspectos da natureza do saber, dos recursos disponíveis, dos elementos condicionantes da aula, das características socioculturais dos alunos e dos objetivos a serem atingidos com a prática pedagógica (PONTE, 2005).

No ensino de matemática, uma preocupação apontada por Pais (2010) consiste na adoção do próprio método axiomático como uma metodologia exclusiva e ideal de ensino. Esse pesquisador afirma que o método científico de organização lógica do discurso matemático tem sido usado igualmente como a alternativa metodológica quase que permanente para o seu ensino. Assim, poderia até parecer que não haveria nenhuma questão a ser discutida quanto às metodologias de ensino, tendo em vista que ela já estaria “naturalmente” dada pela própria matemática. Nesse sentido, podemos dizer que há uma identificação metodológica entre a condução do ensino e a forma de validação do saber matemático (PAIS, 2010).

1 Professora doutora na Universidade Federal da Grande Dourados. E-mail: reraffa@gmail.com.
2 Professora doutora na Rede Municipal de Ensino de Dourados-MS. E-mail: tatianigarcianeves@gmail.com.
3 Professora doutora na Universidade Federal da Grande Dourados. E-mail: liamendeso@yahoo.com.br.

É preciso retomar aqui que a etapa da descoberta matemática não equivale ao processo de sua validação lógica (CARAÇA, 1984). Essa distinção evidencia o núcleo do problema didático do ensino da matemática, dado que o desafio maior da aprendizagem ocorre mais intensamente no nível da descoberta (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003).

Concordamos que a apresentação axiomática representa uma parte importante no ensino da matemática, uma vez que estabelece uma linguagem e possibilita uma comunicação universal na área acadêmica. Entretanto, o problema reside em situá-la como a única porta de entrada para o ensino, e no fato de estar centrada na figura do professor. Nesta relação didática, de acordo com Fiorentini (1995), a aprendizagem do aluno se dá de forma passiva e por via da memorização e da reprodução.

Neste sentido, é significativo identificar algumas abordagens metodológicas que estão sendo alvo de discussões e produções teóricas e práticas no campo da educação matemática brasileira. Abordagens que entendam que o aluno pode ser colocado como ator na construção dos conceitos matemáticos "a partir de ações reflexivas sobre materiais e atividades, ou a partir de situações-problema e problematização do saber matemático" (FIORENTINI, 1995, p. 5).

O propósito deste capítulo é apresentar, em linhas gerais, elementos de quatro perspectivas metodológicas que estão presentes nos relatos de experiências de intervenção pedagógica em aulas de matemática, e que estão presentes ao longo do livro. O que pretendemos é descrever os principais fundamentos do **Ensino Exploratório**, da **Resolução de Problemas**, das **Tecnologias Digitais** e dos **Jogos**; e, sobretudo, em termos de organização didática, configurar o alinhamento dessas metodologias em ensino para a matemática.

ENSINO EXPLORATÓRIO

Segundo Oliveira e Cyrino (2013), pesquisadores portugueses têm recorrido ao termo Ensino Exploratório para distingui-lo deliberadamente do ensino diretivo ou expositivo. (PONTE, 2005; CANAVARRO, 2011). Fortemente presente nas aulas de matemática, o ensino predominantemente expositivo é marcado pela comunicação centrada no professor e pela realização de exercícios. Mesmo que algumas perguntas sejam feitas aos alunos, presumindo algum envolvimento, cabe-lhes "essencialmente seguir por onde o professor os conduz" (PONTE, 2005, p. 13).

Na esfera internacional, o Ensino Exploratório alinha-se ao inquiry based teaching que tem como elementos-chave as experiências de aprendizagem do aluno, questionamentos, disposição investigativa, comunicação, reflexão e colaboração (WELLS, 2004; CHAPMAN; HEATER, 2010).

Oliveira e Cyrino (2013, p. 2017) descrevem que "o Ensino Exploratório foca na atividade do aluno, a partir de tarefas desafiadoras que permitem múltiplos pontos de entrada ao mesmo tempo, em que se fomenta o pensamento matemático do aluno".

As ideias basilares do *inquiry based teaching* foram disseminadas pelas reformas curriculares propostas pelo *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2007), por teóricos do campo da Educação, como Dewey, especialmente no que se refere à prática pedagógica centrada no trabalho autônomo dos alunos em situações desafiantes e no conceito de investigação reflexiva (CHAPMAN; HEATER, 2010; ARTIGUE; BLOMHØJ, 2013; CYRINO; OLIVEIRA, 2016). Oliveira e Cyrino (2013) também se apoiam nas ideias de Wells (2002; 2004) no que diz respeito à *colaboração* e *interações dialógicas* na construção de conhecimentos.

Para além das tarefas investigativas, tipicamente selecionadas na perspectiva da Investigação Matemática, e encontráveis em PONTE; BROCARDO e OLIVEIRA (2003), e diante das necessidades curriculares inerentes ao contexto escolar, o Ensino Exploratório também sugere a escolha de problemas ou de tarefas exploratórias, em conformidade, porém, com as seguintes características (OLIVEIRA; CYRINO, 2013):

> Elas devem ser um desafio e basear-se em uma situação concreta; possibilitar aos alunos a confiança em sua experiência quando resolvê-las e, portanto, fazer uso de várias estratégias com diferentes níveis de sofisticação matemática. Elas devem ser ancoradas no currículo e ser destinadas a uma compreensão mais profunda de conceitos matemáticos que têm uma forte ligação com o conhecimento que os alunos constroem durante as aulas. (OLIVEIRA; CYRINO, 2013, p. 218).

Nesse sentido, alguns autores destacam a importância da escolha ou da elaboração de tarefas, tendo em vista que estas podem reduzir ou ampliar a qualidade da atividade matemática a ser desenvolvida pelos alunos (OLIVEIRA; CYRINO, 2013; OLIVEIRA; CARVALHO, 2014).

Outro aspecto distintivo do Ensino Exploratório é o modo de se dinamizar a aula a partir de uma sequência articulada de quatro fases, alinhadas às práticas propostas por Stein et al. (2008), e adequadas e designadas da seguinte forma: (1) Proposição e apresentação da tarefa; (2) Desenvolvimento da tarefa; (3) Discussão coletiva da tarefa; e (4) Sistematização (RODRIGUES, 2015). Na sequência, e de acordo com Cyrino (2016), apresentamos informações sobre cada uma delas:

(1) **Proposição e apresentação da tarefa:** trata-se da fase inicial da aula, na qual o professor tem a intenção de promover o engajamento dos alunos com a tarefa e com a aula por meio da organização de grupos, da leitura da tarefa (pelo professor ou pelo aluno), tendo em vista ao esclarecimento de dúvidas relacionadas ao enunciado, e do oferecimento de recursos necessários ao desenvolvimento da tarefa.

(2) **Desenvolvimento da tarefa:** nesta fase, em pequenos grupos, os alunos desenvolvem os seus modos de resolver a tarefa com seus próprios registros e justificações. O professor oferece apoio, tanto à qualidade matemática das resoluções, quanto à interação entre membros do grupo; contudo, procura comunicar-se com os alunos, garantindo-lhes, assim, a autonomia sobre suas próprias ideias matemáticas. Ao observar as resoluções dos alunos, e com base em seu planejamento, o professor efetiva a sua seleção e sequenciamento, convidando os alunos a discuti-las com os demais grupos.

(3) **Discussão coletiva da tarefa:** essa fase é considerada bastante exigente para o professor (STEIN et. al. 2008; CANAVARRO, 2011), uma vez que não se trata de conduzir apresentações estanques com o objetivo exclusivo de fazer correções, mas de provocar o surgimento ou a construção coletiva de ideias matemáticas, compartilhadas com a turma, e estabelecer conexões entre elas a partir da gestão da participação dos alunos com questionamentos, respeitando, sobretudo, todas as apresentações.

(4) **Sistematização:** trata-se da fase final da aula, em que o professor se baseia nos principais aspectos levantados pela tarefa (produções e ideias matemáticas suscitadas e desenvolvidas, coletivamente, pelos alunos), para sistematizar novos conceitos, ou retomar ideias, conceitos e procedimentos que não sejam totalmente novos para os alunos, relacionando-os "a outros tópicos ou conceitos, e a processos matemáticos transversais" (OLIVEIRA; CYRINO, 2013, p. 219), e de acordo com os objetivos previstos para a aula.

Influenciado pela perspectiva dialógica, no Ensino Exploratório, o conteúdo e a forma dos enunciados são indissociáveis do seu contexto, e o processo pelo qual os seus significados são compartilhados "está muito longe de ser uma simples transmissão e recepção" (WELLS, 2004, p. 106). Desta forma, a dinâmica proposta para a aula leva em conta a função de destaque da *comu-*

nicação entre pares, ou coletivamente, enfim, nos processos de aprendizagem dos alunos (RODRIGUES; CYRINO; OLIVEIRA, 2018).

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A Resolução de Problemas é tão antiga quanto à própria matemática. Em consequência, pode-se dizer que existe uma relação estreita entre a resolução de problemas e o desenvolvimento da ciência. Caraça (1984) diz que muitos problemas matemáticos surgiram do aprimoramento de técnicas de trabalho cujos processos de resolução de problemas serviram de base para o desenvolvimento de novos problemas e soluções.

Para retomarmos a trajetória das considerações que tangem as relações entre o ensino de matemática e a Resolução de Problemas, recorremos ao trabalho de George Polya (1887 -1985), autor da famosa obra "*How to solve it*" (traduzido para o português como: "A Arte de Resolver Problemas").

Nessa obra, Polya (1994) apresenta quatro etapas para a resolução de problemas: i) compreender o problema identificando o que ele solicita; ii) elaborar um plano, estabelecendo nexos entre as variáveis e o que se pretende atingir; iii) executar o plano de acordo com os procedimentos escolhidos; e iv) fazer o retrospecto, detectando possíveis erros e verificando as possibilidades de reutilização dos procedimentos adotados em outros problemas semelhantes.

Nas palavras de Polya (1994):

> Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade suscetível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter. (POLYA, 1994, p. 48).

Schroeder e Lester (1989, p. 31-34) apresentam diferentes concepções sobre Resolução de Problemas, tais como:

- Ensinar <u>sobre</u> a Resolução de Problemas.
- Ensinar <u>a</u> Resolver Problemas.
- Ensinar matemática <u>através da</u> Resolução de Problemas: temos a resolução de problemas como uma metodologia de ensino, como um ponto de

partida e um meio de se ensinar matemática. O problema é avaliado como um elemento que pode disparar um processo de construção do conhecimento.

A última concepção representa um caminho para se ensinar matemática, mais do que simplesmente resolver problemas. Ela considera que o problema, ou a situação-problema, é um ponto de partida, e que os professores, através da sua resolução, fazem conexões entre os diferentes ramos da matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos, visando, principalmente, ao processo, e não somente ao resultado, ou à solução, do problema (ONUCHIC; ALEVATTO, 2004).

Alevatto e Onuchic (2009) apontam que não existem "formas" rígidas para implementar essa metodologia em sala de aula. Contudo, seria possível organizar as atividades de ensino, de acordo com nove etapas:

(1) Preparação do problema – Tal etapa relaciona-se ao planejamento do professor. Diz respeito à seleção de um problema4 que permita a construção de um novo conceito, procedimento ou conteúdo matemático. Tal conceito, procedimento ou conteúdo não deve ter sido trabalhado em sala de aula.

(2) **Leitura individual:** o professor, após entregar o problema impresso aos alunos, solicita que eles, em um primeiro momento, individualmente, façam sua leitura.

(3) **Leitura em grupo:** neste momento, o professor solicita a formação de pequenos grupos e requisita que os alunos, com seus pares, realizem a leitura do problema. Em caso de dificuldades, o professor pode realizar a leitura do problema, ou mesmo solicitar o uso de dicionários da língua portuguesa.

(4) **Resolução do problema:** após sanarem suas dúvidas quanto ao enunciado, e em um trabalho cooperativo e colaborativo, os alunos tentam resolver o problema.

(5) **Observar e incentivar:** enquanto os alunos tentam resolver o problema, o professor observa e analisa o seu trabalho, provocando a colaboração, levando os estudantes a pensar, e incentivando a troca de ideias.

(6) **Registro de resoluções na lousa:** o professor, neste momento, convida alunos dos grupos a registrarem as suas resoluções na lousa, independentemente de estarem corretas, erradas, ou desenvolvidas por diferentes estratégias, para que sejam analisadas e discutidas por todos os alunos.

(7) **Plenária:** neste momento, todos os alunos estão convidados a discutirem as soluções registradas na lousa, de modo a defenderem os seus pontos

4 Um problema é considerado pelas autoras como algo que o sujeito não sabe fazer, mas que tem interesse em fazer.

de vista, e sanarem eventuais dúvidas. O professor media as discussões e incentiva a participação de todos os alunos.

(8) **Busca do consenso:** após o trabalho de analisar e discutir conjuntamente as soluções, e uma vez sanadas as dúvidas levantadas, o professor, com os alunos, buscará um consenso quanto ao resultado correto do problema.

(9) **Formalização:** o professor registra na lousa uma apresentação formal, em linguagem matemática, do conceito, procedimento ou conteúdo novo construído pelos alunos através da resolução conjunta do problema.

Alevatto e Onuchic (2014) acrescentam uma etapa ao final dessas nove, que é denominada de "proposição e resolução de novos problemas", que visa à sequência da aprendizagem matemática, no sentido de serem construídos, em outras aulas, a partir da resolução de novos problemas, outros conceitos, conteúdos ou procedimentos matemáticos.

Todavia, as ações norteadoras do Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas precisam transpor o questionamento: quando uma situação se torna problemática para o aluno? Para Saviani (2000, p. 14), o que caracteriza um problema vai além do seu desconhecimento. "Algo que eu não sei não é um problema; mas quando eu ignoro alguma coisa que eu preciso saber, eis-me, então, diante de um problema". Sem essa perspectiva, quaisquer metodologias de ensino de matemática correm o risco de seguir o modelo de uma educação instrucional. A busca por situações-problema que criam a possibilidade de questionamentos, inferências, conjecturas e diferentes interpretações emerge como estratégia fundamental, presente em diferentes alternativas metodológicas para o ensino.

TECNOLOGIAS DIGITAIS

O período atual, com a disseminação da informática na sociedade, implica um cenário tecnológico em que inovações e informações são processadas de maneira rápida e contínua, acarretando a existência de uma nova lógica, uma nova linguagem, novos conhecimentos e novas maneiras de compreender o mundo, de modo a se situar nele como um agente ativo (MISKULIN, 2003).

"Ao conjunto de conhecimentos e princípios científicos que se aplicam ao planejamento, à construção e a utilização de um equipamento em um determinado tipo de atividade, chamamos de 'tecnologia'" (KENSKI, 2003. p. 24). De acordo com Kenski (2003), em nossas atividades diárias lidamos com objetos que foram projetados para que possamos tornar realidade as nossas ações, e esses objetos são tecnologias naturais. Na escola, temos o quadro, o lápis, a caneta, a borracha, o pincel, os cadernos, livros, dentre outros recursos que tornam possível vivenciarmos o processo de ensino e aprendizagem, a escrita, a leitura.

As tecnologias modificam-se rapidamente e oferecem novas formas de acesso a equipamentos, programas, *softwares*, produtos que possam auxiliar no processo de resolução de situações humanas diversas. Reinventam-se e apresentam-se alterações que tornam cada vez mais ágeis a resolução de problemas nos diversos campos de trabalho, como também do entretenimento. Apresentam-se como possibilidade de agregar ao desenvolvimento humano novos significados, e certamente alteram a forma de se pensar, agir e compreender a realidade.

No tocante à utilização das tecnologias no espaço escolar, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), apresenta como competência:

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2017, p. 9).

Segundo a BNCC, a utilização das tecnologias irá requerer de nossos estudantes, não só o domínio para buscar com rapidez informações, mas, também, a compreensão dos impactos que o uso das tecnologias têm sobre a sociedade, assim como a capacidade de construção e reconstrução de conhecimentos, a partir da busca sistemática por informações. Trata-se de uma competência que evidencia a aprendizagem por recursos tecnológicos diferentes, em que a busca por soluções e o protagonismo do sujeito assumem destaque.

No entanto, essas tecnologias se apresentam como desafios ao processo educacional, já que o universo midiático, apesar de agregar significados à nova geração de alunos, é, notoriamente, controverso no que diz respeito à frequência e à permanência de acesso dos alunos no ambiente virtual, substituindo, muitas vezes, as oportunidades de contato físico, presencial, e comprometendo o hibridismo que se considera, geralmente, necessário no ambiente escolar da atualidade. No campo da matemática, muitos resultados têm sido alcançados pela facilidade de coleta e tratamento dos dados, por ferramentas digitais, e pela manipulação das representações (matrizes, planilhas, gráficos ou equações) por meio dessas tecnologias (*softwares*, internet). Com a utilização desses recursos, vários modelos matemáticos e simulações podem ser desenvolvidos com maior liberdade. Se, no meio acadêmico, as tecnologias digitais têm sido parte integrante dos processos de produção de conhecimento matemático, por que não a integrar aos processos de produção de conhecimento matemático em sala de aula?

As ações pedagógicas precisam considerar os caminhos reais de apreensão e de reconstrução dos conhecimentos, tal como estão sendo produzidos no meio social. Além de garantir o acesso, a escola deveria proporcionar aos alunos um ensino voltado ao desenvolvimento de capacidades que lhes permitissem participar na sociedade tecnologicamente desenvolvida em que estamos inseridos, capacitados de atuação crítica e potencialmente inovadora.

Todavia, vale ressaltar que a utilização da tecnologia digital, na educação, não pode determinar, unicamente, as nossas práticas pedagógicas. De acordo com Valente (1999), o uso de tecnologias digitais no ensino não se resume a desenvolver sequências de atividades programadas, em que o computador assuma o papel do “professor transmissor de conhecimento”, continuando, o aluno, na posição de mero receptor. Do ponto de vista de Almouloud (2010), não é suficiente que os educadores tenham à sua disposição, e apenas saibam operar mecanicamente esses recursos tecnológicos, é preciso, também, que aprendam a elaborar situações, e a intervir, significativamente, no processo de aprendizagem do aluno.

Uma aula pode ser meramente expositiva, mesmo com o uso do computador. Borba e Penteado (2007), ao explicitarem relações importantes entre a Informática e a Educação Matemática, evidenciam situações de sala de aula em que a utilização da Informática potencializa a produção de significados matemáticos por parte dos alunos, já que as tecnologias digitais oferecem *softwares* educacionais e matemáticos que apresentam inúmeras possibilidades de geração de gráficos, tabelas, expressões algébricas e figuras geométricas. Uma vez que o pensar matemático pode acontecer, também, a partir dos mais variados recursos (visuais, auditivos, animação, simulação e de cálculos), para que, das investigações e dúvidas, possam constituir-se novas formas de estudar e aplicar esse saber (BORBA; PENTEADO, 2007), é questão de treino que o professor saiba operacionalizar as tecnologias a seu favor.

Tendo em vista que o processo de construção de conhecimentos algébricos abrange a busca de informações, análise das soluções, tomada de decisões, e avaliação das consequências das ações realizadas, as mídias informáticas podem ser integradas no processo de ensino para experimentar, visualizar e coordenar de forma dinâmica as representações algébricas, tabulares e gráficas (BORBA; PENTEADO, 2007). Assim, o ensino de álgebra, por exemplo, pode dar ênfase menor a técnicas, priorizando a compreensão de conceitos. Pode enfatizar a abordagem de problemas externos à matemática, sem a preocupação de que o tratamento matemático será demasiado complicado. As mídias informáticas possibilitam testar mudanças relacionadas a características algébricas de conceitos matemáticos e observar as variações resultantes no aspecto gráfico.

A comparação entre as representações gráficas, algébricas e numéricas, a observação e a reflexão sobre o observado podem levar à elaboração de conjecturas. Borba e Penteado (2007) afirmam que as conjecturas surgem com frequência em aulas que utilizam tecnologias como o computador ou as calculadoras, e que, se debatidas em sala de aula, podem estimular descobertas.

Essa abordagem pode ser feita através de *softwares* educacionais ou matemáticos como o GeoGebra, ou o Winplot, que permitem a rápida implementação de gráficos. Tais situações de ensino favorecem a exploração das relações entre as funções, seus coeficientes e as transladações dos gráficos.

Enfoque semelhante tem acontecido na área da geometria. Podemos localizar uma série de pesquisas acerca das práticas pedagógicas com *softwares* que proporcionam aos estudantes experiências que, dificilmente, seriam realizadas com outros recursos escolares.

Trata-se dos ambientes de geometria dinâmica. *Softwares* de geometria dinâmica como o GeoGebra, por exemplo, permitem ao estudante criar construções geométricas e manipulá-las facilmente arrastando os desenhos com o mouse pela tela do computador, ou com as pontas dos dedos, na tela do celular, transformando-os em tempo real e, sobretudo, respeitando as propriedades geométricas que serviram a seu traçado.

Muitas são as contribuições que as tecnologias digitais podem trazer ao ensino da matemática, porém concordamos com Almouloud (2010) que, sozinhos, esses *softwares* não garantem uma aprendizagem eficiente, é preciso incluí-los num dispositivo didático, no qual o professor estará encarregado, entre outras tarefas, da construção de situações-problema e do gerenciamento da sala de aula.

A adoção dessa prática pedagógica também requer tarefas que abram espaço para fazer aparecer concepções espontâneas dos alunos frente a situações envolvendo um dado conceito, e que, ao mesmo tempo, as ações do professor apoiem a superação de equívocos ou dúvidas.

JOGOS

Desde a Antiguidade, os jogos representam atividades para ocupar o mundo de crianças e de adultos (GRANDO, 2004; ALVES, 2012). Entretanto, o significado atribuído aos jogos, pelas crianças, como algo divertido e de entretenimento diverge daquele dado pelos adultos, que os veem não só como diversão, mas como um conjunto de regras, estratégias, dinâmicas, que têm lógica. Kishimoto (1995) sugere que os jogos, por meio de sua estrutura e do seu aspecto lúdico, ajudam a formar as culturas humanas e até mesmo a linguagem. Conceituar os jogos não é uma tarefa fácil. No entanto, ao pensarmos no contexto educacional, podemos associá-los como recurso didático, concreto, como possibilidade válida no contexto da sala de aula, com o objetivo de promover situações de ensino que corroborem a cooperação, proporcionem a aquisição de conhecimentos, e desenvolvam a aprendizagem matemática e a autoestima do grupo e dos indivíduos-alunos.

Segundo Moura (1996), a criança colocada diante de situações lúdicas apreende a estrutura lógica da brincadeira e, desse modo, apreende, também, a sua estrutura matemática. Petty (1995) diz que jogar é uma das atividades em que a criança pode agir e produzir os seus próprios conhecimentos. Nacarato (2005) sugere que o lúdico dos jogos é muito útil na Educação Matemática, mesmo quando eles não ofereçam margem para a exploração de conceitos que seriam pertinentes à disciplina. O jogo pode ser tratado como um problema em aberto, no sentido de permitir ao aluno formular novas conjecturas, hipóteses, estabelecer regularidades, ou definir verdades provisórias para resolver um problema (GRANDO; MARCO, 2007). Nessa perspectiva, Grando (2000) atribui a conceituação matemática à intervenção pedagógica realizada pelo professor, e não à simples ação no jogo. Para tanto, a autora salienta que é preciso que as situações-problema permeiem todo o trabalho, na medida em que o aluno é desafiado a observar e analisar aspectos considerados importantes pelo professor.

Ao propor a inserção do jogo em práticas pedagógicas, Grando e Marco (2007) adotam a Resolução de Problemas como metodologia de ensino para conduzir a intervenção pedagógica do professor, e definem os principais momentos a serem vivenciados nesta atividade:

(1) Familiarização com o material do jogo;
(2) Reconhecimento das regras;
(3) O “jogo pelo jogo”;

(4) Intervenção pedagógica verbal: provocar análises das jogadas elaboradas pelos alunos;
(5) Registro do jogo: sistematizar através de uma linguagem própria;
(6) Intervenção escrita: problematização de situações do jogo;
(7) Jogar com competência: retorno à situação real do jogo.

Dessa forma, o recurso leva a um movimento do pensamento: pensar sobre conceitos matemáticos em resolução de problemas, tais como um jogo. Neste sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) orientam que:

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favoreçam a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exijam soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (BRASIL, 1998, p. 46).

Os jogos representam um importante recurso a ser inserido na prática docente, uma vez que oportunizam aos professores observar e analisar o que os alunos compreendem no processo, quais estratégias são mobilizadas para se vencer, qual o tipo de linguagem empregada para se argumentar sobre um determinado movimento, e quais hipóteses conduzem à superação dos eventuais desafios que possam surgir no percurso.

No contexto de sala de aula, ao aplicar jogos, o professor deve se posicionar como um mediador, aquele que apresenta a situação, as regras, e que elabora boas questões que possam orientar os alunos na descoberta de conceitos implícitos e/ou explícitos nas estratégias. Ser mediador, neste processo, não significa ausentar-se da situação do jogo, pois caso isso ocorra o momento poderá se caracterizar apenas como diversão ou lazer sem propósito.

Os alunos assumem o protagonismo, são os responsáveis por aceitar a situação proposta pelo jogo, e, assim, conduzi-lo até o final. Ficam à vontade para analisar as jogadas e se familiarizarem com a situação dada; com a mediação do professor, expõem estratégias individuais e/ou do grupo, com a observância de justificar as escolhas e anotar os resultados. Instaura-se, neste processo, um modelo pedagógico relacional, que se sustenta pela epistemologia do professor, que propõe situações capazes de provocar desequilíbrios cognitivos nos alunos, de modo a conduzir a construção de novos conhecimentos. Para isso, o professor espera:

> a) que o aluno aja (assimilação) sobre o material que o professor presume que tenha algo de cognitivamente interessante, ou melhor, significativo para o aluno; b) que o aluno responda para si mesmo às perturbações (acomodação) provocadas pela assimilação deste material, ou, que o aluno se aproprie, neste segundo momento, não mais do material, mas dos mecanismos íntimos de suas ações sobre este material; este processo far-se-á por reflexionamento e reflexão (Piaget, 1977), a partir das questões levantadas pelos próprios alunos e das perguntas levantadas pelo professor, e de todos os desdobramentos que daí ocorrerem. (BECKER, 2001, p. 23-24).

Nesse sentido, Grando (2004) apresenta, com base nos estudos de Piaget, algumas classificações possíveis para os jogos atreladas aos estágios de desenvolvimento cognitivo da criança: o exercício, o símbolo e a regra.

Os jogos de exercícios estão relacionados ao prazer da criança em vivenciar o jogo. Nesse caso, o interesse da criança em repetir, por diversas vezes, um jogo pode contribuir para a observação de regularidades. Os jogos simbólicos, por sua vez, caracterizam-se pelo faz-de-conta, pela criação de situações, e analogias que as crianças fazem para representar um objeto ausente. Esse tipo de jogo propicia que as crianças produzam uma linguagem que forneça respostas às suas perguntas. Já os jogos de regras apresentam todas aquelas características, mas com um novo elemento: a regra. Nesse tipo de jogo, o egocentrismo é deixado de lado e o interesse da criança se torna social.

Ao se pensar na matemática, esta existe no pensamento humano e, assim, depende da imaginação para a definição de conceitos e de regularidades. Neste sentido, os professores, bem como a escola, devem estar atentos para propiciar aos alunos as situações de aprendizagem disponíveis, sendo que os jogos podem representar para os alunos, mais do que uma situação abstrata: podem representar, também, uma possibilidade de a criança desenvolver a sua personalidade.

Pelo exposto, os jogos se apresentam como recurso metodológico instigante, significativo, surpreendente, e propício ao desenvolvimento social, cognitivo, linguístico, entre outros, da criança e dos professores, em conjunto.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A discussão desenvolvida neste texto pretendeu explicitar as potencialidades e as eventuais limitações de quatro metodologias abordadas no ensino de matemática, e nos permite, agora, avançar, considerando que elas não são excludentes, entre si, mas podem se articular, complementando-se.

Essas metodologias apresentam proximidades, sobretudo do ponto de vista do papel do professor em aulas de matemática, no que diz respeito a possibilitar que os alunos desenvolvam as suas próprias ideias, no sentido de terem autonomia para construírem conhecimentos matemáticos.

O professor é visto como um mediador do processo ensino-aprendizagem, gerenciando as intervenções, com vários recursos didáticos disponíveis, fomentando o protagonismo dos estudantes. Cabe a ele analisar quais das metodologias são mais viáveis para serem implementadas em sala de aula.

Como apontamos no início do texto, as metodologias de ensino de matemática estão estreitamente vinculadas à situação didática, à natureza do conteúdo e aos objetivos pedagógicos; à cultura de sala de aula, que, por sua vez, não são elementos lineares, nem fixos. Assim, surgirão momentos em que será necessário conceituar um conteúdo matemático, em outros, desenvolver competências operacionais e procedimentais, em outros, relacionar a matemática com outros conhecimentos, e, assim, as necessidades das salas de aula é que vão configurando as metodologias de ensino, de acordo com as possibilidades oferecidas por cada uma delas, e sob a mediação ativa do professor.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, Ano XXXIII, n.55, p.1- 19, jul./dez. 2009.

______. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In ONUCHIC, L. R. et al. (Orgs.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática.** Jundiaí: Paco Editora, 2014, p. 35-52.

ALMOULOUD, S. A. Registros de Representação Semiótica e Compreensão de Conceitos Geométricos. In Machado, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em Matemática:** registros de representação semiótica. Campinas, São Paulo: Papirus, 2010. p. 125-148.

ALVES, E. M. S. A **Ludicidade e o Ensino de Matemática.** 7. ed. Campinas: Papirus, 2012.

ARTIGUE, M.; BLOMHØJ, M. Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. **ZDM Mathematics Education**, v. 45, n. 6, p. 797-810, 2013.

BECKER, F.. **Educação e construção do conhecimento.** Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

BORBA, M. C. PENTEADO, M.G. **Informática e Educação Matemática.** 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática / Secretaria de Educação de Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular** (BNCC). Educação é a base. Brasília, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/ > Acesso em: 21 abr. 2020.

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 115, p. 11-17, 2011.

CARAÇA, B. de J. **Conceitos fundamentais da matemática.** 3. ed. Lisboa: Gradiva, 1984.

CHAPMAN, O.; HEATER, B. Understanding change through a high school mathematics teacher's journey to inquiry-based teaching. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v.13, n.6, p.445-458, 2010.

CYRINO, M. C. C. T. **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática:** elaboração e perspectivas. Londrina: EDUEL, 2016.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. Casos multimídia sobre o ensino exploratório na formação de professores que ensinam matemática. In: CYRINO, M. C. C. T. (Org.). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática:** elaboração e perspectivas. Londrina: EDUEL, 2016.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetiké**, ano 3, n. 4, p.1-37, 1995.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos em sala de aula.** 2000. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

______. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Paulos, 2004.

______; MARCO, F. F. de. O movimento da resolução de problemas em situações com jogo na produção do conhecimento matemático. In **Múltiplos olhares: matemática e produção de conhecimento**. MENDES, J. R.; GRANDO, R. C. (Orgs.). São Paulo: Musa Editora, 2007.

KENSKI, V. M. Novas tecnologias na educação presencial e a distância. In: BARBOSA, R. L. L. (org.) **Formação de educadores:** desafios e perspectivas. São Paulo: UNESP, 2003.

KISHIMOTO, T. M. **O Jogo e a Educação Infantil.** Pro-Posições (Unicamp), Campinas, v. 70, p. 46-63, 1995.

MISKULIN, R. G. S. As possibilidades didático-pedagógicas de ambientes computacionais na formação colaborativa de professores de matemática. In Fiorentini, D. (Org.). **Formação de Professores de Matemática:** explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2003. p. 217-248.

MOURA, M. O. Séria busca no jogo: do lúdico na matemática. In J**ogo, Brinquedo, Brincadeira e a Educação**. São Paulo: Cortez, 1996.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática Publicação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. São Paulo, v. 9, n. 9 e 10, p. 1- 6, 2004-2005.

NCTM. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. Lisboa: APM, 2007.

OLIVEIRA, H.; CARVALHO, R. Uma experiência de formação em torno do ensino exploratório: do plano à aula. In: PONTE, J. P. (Ed.). **Práticas profissionais dos professores de Matemática.** Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 465-487.

OLIVEIRA, H.; CYRINO, M., C. C. T. Developing knowledge of inquiry-based teaching by analysing a multimedia case: One study with prospective mathematics teachers. **Sisyphus**, v. 1, n. 3, p. 214-245, 2013.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In BICUDO, M. A.

V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 212- 231.

PAIS, L. C. Transposição didática. In MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Educação Matemática:** uma nova introdução. São Paulo: EDUC, 2010. p. 11-48.

PETTY, A.L.S. **Ensaio sobre o Valor Pedagógico dos Jogos de Regras**: uma perspectiva construtivista. Dissertação de Mestrado. Instituto de Psicologia, USP. São Paulo, SP, 1995.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Trad. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1994.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.) **O professor e o desenvolvimento curricular.** Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. Investigar em Matemática. In Investigações Matemáticas na Sala de Aula. 2 d. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

RODRIGUES, P. H. **Práticas de um grupo de estudos e pesquisa na elaboração de um recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática.** 2015. 227f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

RODRIGUES, R. V. R.; CYRINO, M.C.C.T.; OLIVEIRA, H. M. Comunicação no Ensino Exploratório: visão profissional de FP de Matemática. Boletim de Educação Matemática. **Bolema,** v. 32, p. 967-989, 2018.

SCHROEDER, T.L., LESTER Jr., F.K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P.R., SHULTE, A.P. (Ed.) **New Directions for Elementary School Mathematics**. NCTM, 1989. (Year Book). p.31-42.

SAVIANI, D. **Pedagogia histórico-crítica primeiras aproximações**. 9 ed. Campinas: Autores associados, 2000.

STEIN, M. K. et al. Orchestrating productive mathematical discussions: Helping teachers learn to better incorporate student thinking. **Mathematical Thinking and Learning,** v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.

VALENTE, J. A. **O computador na sociedade do conhecimento.** Campinas: Unicamp, 1999.

WELLS, G. Learning and teaching for understanding: The key role of collaborative knowledge building. **Social Constructivist Teaching**, v. 9, p. 1-41, 2002.

______. **Dialogic inquiry: Towards a sociocultural practice and theory of education.** Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

2 UMA EXPERIÊNCIA DE CONSTRUÇÃO DO TERMO GERAL DE UMA PROGRESSÃO ARITMÉTICA ATRAVÉS DA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

João André Amorim Araújo[5]
Maria Aparecida Mendes de Oliveira[6]

INTRODUÇÃO

Para o professor que está em sala de aula na educação básica está colocado o desafio de ensinar matemática para crianças, jovens e adultos de forma significativa. O que se apresenta aos professores é uma preocupação com o ensino de conceitos matemáticos de maneira que possam ser aplicados pelos alunos em diferentes contextos e situações, dentro e fora da sala de aula. Nessa perspectiva, as discussões acerca de atividades que despertem o ensejo dos alunos em adquirir conhecimentos matemáticos de forma significativa são disseminadas entre os profissionais da educação.

Diferentes dispositivos didáticos são apresentados aos professores para o ensino desta disciplina. Esses diferentes dispositivos surgem de recursos metodológicos diversos, que se constituem em vias de acesso a processos cognitivos capazes de possibilitar um melhor entendimento dos conteúdos matemáticos.

Essas metodologias colocam o professor no lugar de mediador e facilitador de aprendizagem, e não apenas como detentor de conhecimento a ser transferido para os alunos. E os alunos passam a ser sujeitos participativos no seu processo de aprendizagem. Ponte (2005), Canavarro (2001), e outros, apontam que a Investigação Matemática tem se tornado uma via de acesso a um processo de ensino e aprendizagem em matemática, no qual a metodologia posta em prática permitiria uma sensação de posse dos alunos sobre o conteúdo, uma vez que acompanham o seu desenvolver, do início ao fim.

Canavarro (2001) apresenta uma metodologia que denomina de Ensino Exploratório em Matemática, na qual o professor responsável pelo processo de

5 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio. E-mail: joaoaraujo@ufgd.edu.br.
6 Professora doutora na Universidade Federal da Grande Dourados.
E-mail: liamendeso@yahoo.com.br.

aplicação do conteúdo teria um papel de mediador e de organizador de ideias, no sentido de orquestrar a construção de conceitos matemáticos pelos alunos. É preciso que o professor faça um bom planejamento da aula, e, para tanto, Canavarro (2011) considera quatro aspectos fundamentais para um bom planejamento: a antecipação, o monitoramento, a seleção e a sequenciação.

Ainda de acordo com o autor, cada momento do planejamento é importante para que o foco e o desenvolvimento da aplicação de uma aula exploratória em matemática sejam satisfatórios. Antecipar possíveis dúvidas dos alunos faz com que o professor se programe no momento de conduzir a construção do conhecimento, através de interferências e sugestões.

Monitorar o andamento da aula, estando atento aos possíveis destaques positivos que podem ser enfatizados coletivamente, bem como verificar resoluções errôneas que devam sofrer interferências. No desenvolvimento das aulas, é importante selecionar as resoluções que serão mais úteis para a investigação proposta, a fim de destacá-las perante os alunos, assim é fundamental sequenciar a forma mais propícia de hipóteses que serão apresentadas para a totalização e conclusão do conhecimento adquirido.

Para fomentar o debate sobre a utilização da metodologia de investigação matemática em sala de aula, destacamos a capacidade de envolvimento e interação entre os participantes, viabilizando maior aquisição de conhecimento, pois, segundo Ponte (2005):

> Os argumentos principais utilizados para justificar a importância das investigações são análogos aos usados para justificar a importância dos problemas, acrescentando-se ainda que as investigações, mais do que os problemas, promovem o envolvimento dos alunos, pois requerem a sua participação ativa desde a primeira fase do processo – a formulação das questões a resolver. (p. 07).

Sobre o papel de propositor, “desequilibrador”, e mediador do professor que quer levar os alunos a aprenderem de forma ativa, Freire (1996, p. 52) explica que “Ensinar não é transferir conhecimentos, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção”. Neste sentido, sem dúvida, a exploração matemática se firma como elo de interligação entre o indivíduo e a construção do conhecimento.

Pautado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 2000, p. 46) quanto às competências e habilidades a serem desenvolvidas em matemática, no sentido da investigação e compreensão, os tópicos relacionados vão ao encontro dos princípios da exploração matemática.

Apresentamos um relato de experiência apoiado no ensino exploratório, e uma intervenção a partir do ensino do conteúdo de progressão aritmética. Esta unidade temática está presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais + (PCN+) - Ciências da Natureza e suas Tecnologias (BRASIL, 2002, p. 116), bem como conteúdo a ser aplicado no segundo ano do ensino médio, em conformidade com Referencial Curricular da Rede Estadual de Ensino de Mato Grosso do Sul – Ensino Médio (MATO GROSSO DO SUL, 2012).

Tal proposta de aula exploratória se volta para uma nova estratégia de ensino, contrapondo com a usual ação de impor uma formulação inflexível em que se exponha um termo pronto e apliquem-se exercícios de fixação.

O objetivo é elaborar a construção e destrinchar os elementos que compõem esse algoritmo.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E PLANEJAMENTO

O relato de experiência que ora apresentamos aqui foi desenvolvido na Escola Estadual Austrílio Capilé de Castro, localizada na cidade de Nova Andradina - MS, numa sala de 1º ano do Ensino Médio noturno.

A sala de aula era composta por cerca de trinta alunos, mas no dia em que desenvolvemos esta atividade contávamos com a presença de quinze alunos[7]. A atividade investigativa foi desenvolvida com a professora regente da sala de aula, que nos apresentou à turma e, gentilmente, dispôs-se a acompanhar a investigação.

A atividade foi aplicada em duas aulas de 50 minutos. Inicialmente, a professora regente não interferiu, limitando-se a acompanhar, e relatou que os alunos já haviam tido uma introdução ao conteúdo de séries e sequências, mas ainda não tinham se aprofundado no assunto, o que ocorreria nas semanas subsequentes. Para a realização da aula, foi elaborado, inicialmente, um planejamento, de acordo com a sequência proposta por Canavarro (2001).

O objetivo foi a proposição de uma tarefa matemática em que os estudantes pudessem associar o conteúdo de progressão aritmética a situações cotidianas, construindo estratégias para a resolução da situação proposta, estabelecendo relações entre as variáveis envolvidas, a identificação das regularidades na ação e a existência de uma sequência com determinada razão aritmética, construindo coletivamente uma formulação geral para a resolução de

---

7 O número de alunos matriculados nem sempre corresponde ao número de alunos que frequentam diariamente as aulas.

uma progressão. A atividade proposta consistia, inicialmente, na orientação de "baixar arquivos da internet" levando em conta a relação "tamanho do arquivo" x "tempo do download". Tinha como objetivo possibilitar que os alunos realizassem previsões de resultados (tempo a ser gasto para concluir o download) utilizando as progressões como norteadoras de tal investigação matemática.

Elencamos alguns elementos a serem considerados, como: a velocidade da internet, ou downloads simultâneos, que serviriam como fator diferencial para a distinção entre progressões aritmética e geométrica. Optamos por esta atividade por se tratar de uma possível realidade entre alunos da faixa etária do grupo, e que pode despertar um interesse mais imediato dos alunos, contribuindo, assim, para o êxito da aplicação. Na sala de aula, após um primeiro momento de interpretação individual da proposta, recomendamos que os alunos se organizassem em grupos, sem quantidade definida, e por afinidades.

Entendemos que o trabalho em grupo facilita a interferência do professor junto aos alunos, no momento de trabalho em sala de aula, despertando neles o espírito de trabalho e de construção coletiva do conhecimento, uma vez que, tendo contato com outras linhas de raciocínio diferentes da sua, o indivíduo desperta novos olhares, até então não percebidos por ele.

Na aula, cada etapa do trabalho de investigação foi desenvolvida de maneira a que pudéssemos analisar o desenvolvimento do trabalho dos alunos. Iniciando com a exploração, quando tiveram oportunidade de, individualmente, e em seguida junto com os colegas de grupo, propuseram estratégias para a resolução da tarefa. O momento da socialização, quando, conjuntamente, foram expostas ao coletivo da sala as soluções propostas para a tarefa.

E, finalmente, o momento da sistematização, quando tivemos a oportunidade de analisar as soluções e perceber as regularidades de maneira a, depois, construir um termo geral para a progressão aritmética, doravante grafada em sua sigla PA. Ao final, o termo construído foi aplicado, testado em outras situações, homologando, ao final, a sua validade nas resoluções do problema.

O DESENVOLVIMENTO DA AULA E A PARTICIPAÇÃO DOS ALUNOS

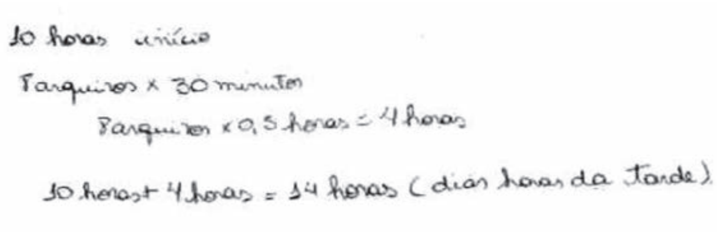
A aula, de construção coletiva, sobre o termo geral de uma PA foi norteada pela seguinte tarefa: "Precisamos baixar da internet um pacote com 8 arquivos de mídia, e os arquivos possuem tamanhos iguais; o download de um arquivo é iniciado, imediatamente, quando o anterior se encerra. Iniciando o download às 10h, e sabendo que cada arquivo demora 30 minutos para ser baixado, considerando, ainda, uma rede estável, com velocidade de dados constante, a que horas concluiríamos o download?".

Tal tarefa foi pensada considerando o consumo de mídia de entretenimento, como filmes, músicas e seriados, evento plausível na vida dos estudantes. Confirmou-se a proximidade deles com este assunto, e a investigação foi, de fato, atraente e dinâmica, com várias referências a eventos de suas vidas. A proposta, inicialmente, foi entregue a cada aluno e analisada de forma individual.

Num segundo momento, os alunos se dividiram em grupos definidos livremente, quando puderam debater e compartilhar suas estratégias de resolução da pergunta, apontando similaridades entre as respostas de seus companheiros de grupo, definindo e estruturando uma resolução mais acurada. No trabalho em grupos, percebemos que alguns discutiam acaloradamente entre si, enquanto outros se comportavam de maneira mais fria.

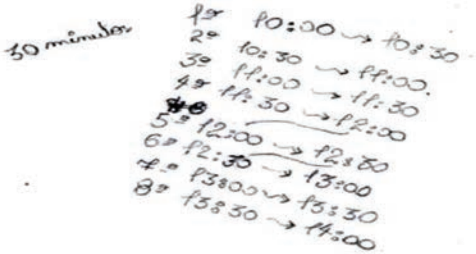
Intervimos com perguntas adicionais, tais como: "Quais as informações necessárias que o enunciado disponibiliza?... A estratégia utilizada para encontrar o horário do primeiro ciclo de download se repete nos ciclos sequentes?... Há constâncias, nos ciclos?... Se são oito arquivos, o número de ciclos calculados também será oito?... Qual a relação entre o número de arquivos e o número de ciclos?..."

Figura 1 - Resolução "A"



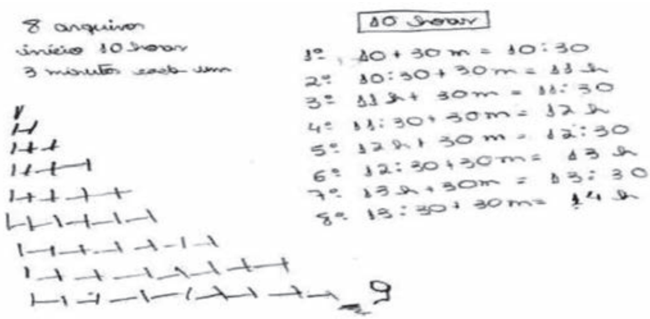
Fonte: Autores.

Figura 2 - Resolução "B"



Fonte: Autores.

Figura 3 - Resolução “C”



Fonte: Autores.

Na Resolução “A” (Figura 1), podemos verificar uma estratégia pela qual se calcula o tempo total para o download dos arquivos e, desse resultado, soma-se o horário de início do processo. Trata-se de solução direta e objetiva, que atende à proposta do experimento, mas não possui uma estruturação mais detalhada, que esquematize, por exemplo, como os ciclos se sucedem até que o arquivo seja completamente concluído.

Já nas Resoluções “B” e “C” (Figuras 2 e 3), percebe-se um maior detalhamento de cada ciclo de download, e é possível observar que as informações contribuem para a construção de um termo geral que resulte, ao fim, em uma solução do experimento proposto. Na sistematização, após a exposição das Resoluções dos grupos, houve uma reunião de estratégias consideradas importantes para a construção do termo geral.

Um dos elementos mais reforçados pelos alunos, como componente principal dessa investigação, é o número de ciclos necessários para se concluir o experimento, ou seja, o número de ciclos de downloads individualizados, cuja esquematização está apontada na Resolução “C” (Figura 3), onde se vê o horário inicial como primeiro termo da sequência. Nessa altura da aula, os alunos já haviam percebido a existência de uma sequência que denominamos de progressão. Ao somarmos os oito ciclos consecutivos, constatamos que o nono termo da progressão é o horário de término da ação proposta na situação-problema.

Ao registrarem tais informações, os alunos verificaram a repetição de procedimentos, a partir do segundo termo, resultando assim num algoritmo estruturado, em que o termo atual decorre do resultado do termo anterior, somado ao tempo de download de cada arquivo. Na Resolução “B” (Figura 2), é possível verificar essa percepção dos alunos.

CONSTRUÇÃO DA FÓRMULA

Com tais levantamentos, os alunos puderam construir coletivamente a seguinte fórmula, para encontrar o termo geral de uma progressão aritmética:

1º termo = 10h

O segundo termo resultará do horário inicial (primeiro termo) somado ao tempo de download do primeiro arquivo:

2º termo = 1º termo + 0,5h = 10h + 0,5h

O terceiro termo será o resultado do passo anterior (segundo termo), somado ao tempo de download do segundo arquivo:

3º termo = 2º termo + 0,5h = 10h + 0,5h + 0,5h = 10h + 2 (0,5h)

E, seguindo a mesma lógica, calcularam o download do oitavo e último arquivo:

4º termo = 3º termo + 0,5h = 10h + 2 (0,5h) + 0,5h = 10h + 3(0,5)

(...)

9º termo = 8º termo + 0,5h = 10h + 7(0,5h) + 0,5h = 10h + 8(0,5)

Com esse esquema, aponta-se uma constante a cada passo, e, considerando o 1º termo como a_1, encontra-se:

$$a_n = a_1 + (n-1)\, r$$

A partir dessa fórmula, construída coletivamente, os alunos puderam aplicá-la em outras situações e atividades propostas, fazendo adaptações de estratégias que atingissem o resultado almejado, podendo assim estruturar uma resolução de acordo com a exploração das especificidades de um determinado experimento.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo do experimento foi atingido no passo dos alunos, através de um artifício de investigação que conseguiu promover uma linha de raciocínio que guiasse para o implemento de um algoritmo, atendendo à proposição inicial. Tal experimento serviu como ferramenta de construção de estratégias que, coletivamente discutidas, autenticam a criação de uma solução abrangente que possa ser aplicada em demais cálculos de termos de uma progressão aritmética.

As potencialidades e individualidades dos pensamentos fizeram com que fosse construída uma resolução ampla. O fato de a proposta permitir uma interação entre os alunos fez com que eles se sentissem com um papel importante na aula, pois a maneira de se resolver a situação partiu da investigação/ exploração de elementos que eles mesmos produziam e verificavam.

Os alunos desenvolveram suas próprias metodologias, o que ocasionou um maior interesse por conteúdos matemáticos, até então não bem recebidos em sala de aula, e um despertar para a produção acadêmica.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC, 2000.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais + (PCN+)**: Ciências da Natureza e suas Tecnologias. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC, 2002.

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática.** Lisboa, 2011.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 8. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

MATO GROSSO DO SUL. **Referencial Curricular da Rede de Ensino de Mato Grosso do Sul (Ensino Médio).** Campo Grande: Secretaria de Estado de Educação, 2012.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular.** Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

3 INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA: UNINDO A ARTE À MATEMÁTICA ATRAVÉS DA ANÁLISE COMBINATÓRIA

Priscila Rodrigues Simis[8]
Sandra Regina Oliveira de Souza[9]

INTRODUÇÃO

A Análise Combinatória é um conteúdo do Referencial Curricular do Ensino Médio que costuma confundir os alunos. Quando falamos em arranjos, combinações ou permutações, mesmo os professores ministram aulas superficiais sobre este conteúdo. O presente trabalho tem como objetivo abordar esta questão polêmica sob a luz da Investigação Matemática, que tem como premissa antecipar estratégias de resolução, de diálogo e de interação entre alunos e professores, e, quando aliada a disciplinas de Arte, promove a captura da atenção dos alunos. Este estudo foi realizado em uma sala de aula do 2° ano do ensino médio matutino, em uma escola estadual de Dourados/MS. Percebemos que, a partir do momento em que a aula é ministrada de forma diferenciada, os alunos tornam-se mais propensos a aprender, participando com empenho nas atividades propostas, dispostos a comunicar o que pensam, e contribuindo, assim, para o conhecimento coletivamente construído.

METODOLOGIA E APLICAÇÃO

A Análise Combinatória está presente no cotidiano do ser humano, em momentos corriqueiros como uma simples escolha de qual roupa se vestir, uma prática de jogos, o uso da inteligência artificial, etc. No entanto, no momento de ser aprendida teórica e esquematicamente pelo aluno, mostra-se complexa e árida. Por isso, propusemos a Investigação Matemática como método de ensino, aliando-a a uma disciplina de Artes, pressupondo que essa união fosse satisfatória na busca do ensino-aprendizagem. Foram ministradas

8 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio. E-mail: prssigolo@gmail.com.
9 Professora mestra na Universidade Federal da Grande Dourados.
E-mail: sandrasouza@ufgd.edu.br.

duas aulas de 50 minutos na Escola Estadual Floriano Viegas Machado, em Dourados-MS, em um 2º ano do ensino médio do período matutino.

A primeira tarefa dos alunos foi antecipada pela apresentação de obras do pintor brasileiro Romero Britto (1963-), com relevância para o papel social de algumas de suas pinturas. Supondo, depois, que este pintor desenhasse uma grande circunferência e marcasse seis pontos distintos sobre ela, quantos polígonos teria para pintar, com vértices nesses pontos?

Foi proposto, então, que os alunos se dividissem em grupos, e foi dado tempo para que pensassem numa solução para o problema, enquanto monitorávamos a atividade, segundo a premissa de que:

> (Na) "exploração", o professor acompanha e apoia os alunos no seu trabalho autônomo tendo em vista a realização da tarefa. Neste trabalho, que pode ocorrer individualmente, embora o mais comum seja a sua realização em pequenos grupos, o professor procura assegurar que todos os alunos se envolvam ativamente. (...) Neste tipo de ensino, a aprendizagem é um processo simultaneamente individual e coletivo, resultado da interação dos alunos com o conhecimento matemático, no contexto de uma certa atividade matemática, e também de interação com os outros (colegas e professor), sobrevindo processos de negociação de significados [...]. (OLIVEIRA, MENEZES, CANAVARRO, 2013, p. 31).

Terminada a primeira etapa da tarefa, partimos para a criação de um esquema, a partir da seleção e sequenciamento de informações, para a melhor apresentação.

> Esta é uma fase da aula particularmente exigente para o professor, especialmente a gestão da discussão coletiva. Embora o professor tenha como base de orientação um *script* (a sua planificação) e a observação que fez do trabalho dos alunos na fase anterior, existe um espaço amplo, com muitos caminhos para a intervenção do professor na discussão. O professor tem de gerir as interações de muitos protagonistas e dessa forma orquestrar a discussão, promovendo a qualidade matemática das explicações e argumentações apresentadas e garantindo a comparação de distintas resoluções e da discussão da respectiva diferença e eficácia matemática. (OLIVEIRA, MENEZES, CANAVARRO, 2013, p. 32).

Já na segunda, foi iniciado um diálogo a respeito das propostas de resolução encontradas pelos alunos para a tarefa pretendida, antecipando o conceito formal de combinação. No entanto, a aula ministrada no segundo dia, que tinha como premissa o diálogo e discussão com os alunos para encontrar uma resposta única para a tarefa proposta, ficou muito aquém do esperado, devido ao tempo, que se mostrou insuficiente para a condução efetiva da investigação tal como planejada inicialmente.

A estratégia utilizada para sanar o problema foi a projeção de slides, para que as ideias dos alunos fossem expostas, dando oportunidade aos alunos de expor ainda novas ideias. A finalização da atividade foi a avaliação coletiva das aulas ministradas.

PLANO DE AULA

A seguir, imprimimos o plano de aula que preparamos antes da experiência:

Identificação

Professor responsável: Priscila Rodrigues Simis
Nível de escolaridade/Escola: 2º ano do Ensino Médio
Tema: Análise Combinatória
Duração da aula: 100 minutos
Data:

Objetivos

Objetivo geral:

- Formalizar o conceito de Combinação.

Objetivos específicos:

- Valorizar artistas plásticos brasileiros;
- Conversar com os alunos sobre impactos ambientais;
- Desafiar o aluno a definir polígono com suas próprias palavras;
- Instigar o aluno a resolver problemas cotidianos sem o uso de fórmulas predefinidas;
- Levar o aluno a entender Combinação;
- Ensinar ao aluno o uso da fórmula de Combinação Simples.

Recursos

Imagens de obras pintadas por Romero Britto.

Tarefa Matemática

"Para sua nova obra de arte, Romero Britto desenhou uma grande circunferência em uma tela e marcou seis pontos distintos sobre esta circunferência. Ele resolveu pintar, dentro dessa circunferência, todos os polígonos que são possíveis traçar a partir desses seis pontos. Quantos polígonos, com vértices nesses pontos, são possíveis traçar?"

Referência

Adaptação de um dos problemas clássicos de combinação, que faz referência a como determinar o número de diagonais de um polígono.

Introdução da Tarefa (15 minutos)

- **Apresentação da tarefa**
  - Mostrar algumas obras pintadas por Romero Britto (Figura 1) e perguntar se os alunos conhecem o pintor:

Figura 1 - Obras Melhores Amigos e Um Novo Dia de Romero Britto, respectivamente

Fonte: Artista da vez (2011).

  - Falar um pouco de sua biografia:

Pintor brasileiro nascido na cidade de Recife, capital de Pernambuco, em 1963. Viajou para Paris em 1983, sendo introduzido ao trabalho de Matisse e Picasso. Desde 1988, mora em Miami, onde é reconhecido internacionalmente por seu trabalho. O Jornal The New York Times descreve seu trabalho como algo que "irradia calor, otimismo e amor". Sua pintura tem influência do cubismo com a cultura pop. Hoje, seus trabalhos são exibidos em galerias de arte e museus em mais de 100 países, incluindo o *Salon National des Beaux-Arts* e no famoso Museu do Louvre, Paris. Foi homenageado, em 2012, pela escola de samba “Renascer de Jacarepaguá”, que abriu o carnaval do Rio de Janeiro com o enredo “Romero Britto, o artista da alegria dá o tom da folia”.

- Mostrar o quadro Cutting Trees (Figura 2) e perguntar o que eles veem. Mostrar que o quadro é uma crítica social ao corte de árvores (traduzindo, Cutting Trees significa árvores de corte), assim como às grandes questões sociais levantadas pelo impacto humano na natureza.

Figura 2 - Cutting Trees de Romero de Britto

Fonte: Jigidi (2016).

- Perguntar aos alunos quais figuras geométricas existem neste quadro.

- **Dinâmica da aula**

Pedir que os alunos façam a atividade em dupla.

Desenvolvimento da Tarefa (Antecipar)

Indagar se os alunos conhecem um polígono;

- Se sim, pedir que eles tentem definir polígono com suas próprias palavras;
- Se não, falar o nome de alguns polígonos e perguntar o que eles têm em comum; levá-los a perceber as similaridades dessas figuras e ajudá-los a definir polígono com suas palavras, só depois passando à definição do mesmo.

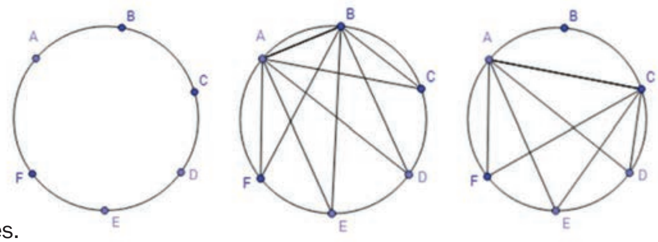
Polígonos são figuras fechadas formadas por segmentos de reta, sendo caracterizados pelos seguintes elementos: ângulos, vértices, diagonais e lados. De acordo com o número de lados a figura é nomeada. Ex.: 3 lados – triângulo; 4 lados – quadrado; etc.

Após os alunos entenderem o que é polígono, perguntar se existem polígonos de um e dois lados e, com a resposta do aluno, pedir a justificativa para as respostas dadas.

- Dada a introdução, permitir que os alunos pensem numa solução para o problema.

1) Uma das maneiras que os alunos podem resolver este problema é fazendo todos os desenhos possíveis, como exemplo, Figura 3.

Figura 3 - Circunferência com 6 pontos; Polígonos com 3 lados, tendo em comum o lado AB; e Polígonos com 3 lados, tendo em comum o lado AC, respectivamente



Fonte: Autores.

Com esse tipo de resolução, o aluno pode esquecer alguns dos polígonos, ainda mais se tentarem fazer, por exemplo, todos os triângulos dentro de uma mesma circunferência, ou todos os quadrados dentro de uma mesma circunferência. Neste momento, perguntar se não seria melhor que os desenhos fossem feitos com cores diferentes, tendo a base pintada de uma mesma cor. Levá-los a questionar se todos os desenhos puderam ser, realmente, feitos, e perguntar como eles podem provar isso.

2) Com isso, os alunos podem chegar ao Quadro 1, ou este pode ser considerado outro jeito do problema ser resolvido pelos alunos.

Quadro 1 - Polígonos construídos

	Polígonos com 3 lados	Polígonos com 4 lados	Polígonos com 5 lados	Polígonos com 6 lados
A	**Prende o lado AB:** Triângulos ABC, ABF, ABE, ABF **Prende o lado AC:** Triângulos ACD, ACE, ACF **Prende o lado AD:** Triângulos ADE, AEF **Prende o lado AE:** Triângulo AEF	**Prende o lado ABC:** Quadriláteros ABCD, ABCE, ABCF **Prende o lado ABD:** Quadriláteros ABDE, ABDF **Prende o lado ABE:** Quadrilátero ABEF **Prende o lado ACD:** Quadriláteros ACDE, ACDF **Prende o lado ACE:** Quadrilátero ACEF **Prende o lado ADE:** Quadrilátero ADEF	**Prende o lado ABCD:** Pentágonos ABC-DE, ABCDF **Prende o lado ABCE:** Pentágono ABCEF **Prende o lado ACDE:** Pentágono ACDEF	**Prende o lado ABCDE:** Hexágono ABCDEF

B	**Prende o lado BC:** Triângulos BCD, BCE, BCF **Prende o lado BD:** Triângulos BDE, BEF **Prende o lado BE:** Triângulo BEF	**Prende o lado BCD:** Quadriláteros BCDE, BCDF **Prende o lado BDE:** Quadrilátero BDEF	**Prende o lado BCDE:** Pentágono BCDEF	
C	**Prende o lado CD:** Triângulos CDE, CDF **Prende o lado CE:** Triângulo CEF	**Prende o lado CDE:** Quadrilátero CDEF		
D	**Prende o lado DE:** Triângulo DEF			
E	Perguntar por que não existem polígonos nesta linha. *(Polígonos não podem ser formados apenas por dois pontos – E e F)*			
F	Perguntar por que não existem polígonos nesta linha. *(Polígonos não podem ser formados apenas por um ponto – F)*			

Fonte: Autores.

O professor deverá prestar bastante atenção na resolução acima, uma vez que os alunos podem estar considerando os triângulos ABC, ACB, ..., CAB como diferentes. Levá-los a perceber que todos estes têm a mesma forma, o mesmo tamanho e por isso podem ser considerados iguais.

Perguntar quantos polígonos foram construídos ao final da construção do quadro (Resposta: 20 triângulos + 15 quadriláteros + 6 pentágonos + 1 hexágono = 42 polígonos).

- Indagar se existe outra forma de encontrar essa resposta sem ser com a construção de desenhos.

3) Os alunos podem tentar fazer jogadas de multiplicação com os pontos.

Por exemplo: Triângulos: são 6 pontos, os triângulos são compostos por 3, então: 3 x 6 = 18. Quadrados: são 6 pontos, os quadrados são compostos por 4, então: 4 x 6 = 24, e assim sucessivamente. Perguntar se essa mesma teoria vale para o hexágono, pois, se levarmos em conta o pensamento acima, teríamos 36 hexágonos, e é fácil visualizar que existe apenas um...

Selecionar e Sequenciar

Neste momento, as 3 prováveis resoluções acima podem apontar que:

- a 3, que é a resolução mais simples de ser realizada pelos alunos, é a que tem a ideia mais errônea de como resolver a situação-problema;

- a 1 exige atenção dos alunos, pois eles poderão escrever triângulos repetidos, ou deixar algum de fora, pois o número de figuras seria bem grande.

- a 2 oferece a possibilidade de os alunos perceberem que não há polígonos de um e dois lados.

Discussão Coletiva das Resoluções da Tarefa (Estabelecer Conexões)

Com a ajuda dos alunos, construir no quadro exemplos de combinações e indagar se eles já vivenciaram essa atividade em seu cotidiano (por exemplo: quantas vezes uma camiseta pode ser usada com três shorts diferentes? E se forem duas camisetas? Etc.).

Perguntar quantos polígonos foram construídos ao final da atividade (Resposta = 20 triângulos + 15 quadriláteros + 6 pentágonos + 1 hexágono = 42 polígonos).

Levar os alunos a perceber que o número de polígonos foi encontrado a partir de uma combinação de vários pontos.

Sistematização

- Introduzir o conceito de “combinação”: agrupamentos formados com p elementos ($p<m$), de forma que os elementos sejam distintos entre si, apenas pela espécie, ou seja, a ordem não importa (agrupamentos com os mesmos elementos são considerados iguais). Mostrar, na construção feita pelos alunos, que o triângulo ABC = triângulo BCA = triângulo CBA).

- Colocar que, ao trabalharmos com combinações simples, com n elementos distintos, agrupados p a p, com $p \leq n$, podemos recorrer à seguinte fórmula:

$$C_{(n,p)} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

- Dar tempo para que os alunos resolvam a atividade proposta anteriormente, usando a fórmula de Combinação Simples:

Hexágono: $$C_{(6,6)} = \frac{6!}{6!\,(6-6)!} = 1$$

Pentágonos: $$C_{(6,5)} = \frac{6!}{5!\,(6-5)!} = 6$$

Quadriláteros: $C_{(6,4)} = \frac{6!}{4!\,(6-4)!} = 1$

Triângulos: $C_{(6,3)} = \frac{6!}{3!\,(6-3)!} = 2$

Portanto: 1 + 6 + 15 + 20 = 42 polígonos.

Avaliação

Realizada através de observação do desenvolvimento do aluno, e do interesse demonstrado no desenvolvimento da tarefa. Ainda, levar as propostas produzidas pelos alunos para avaliação do próprio professor, para que seja feito um parâmetro dos alunos que melhor compreenderam o que foi passado.

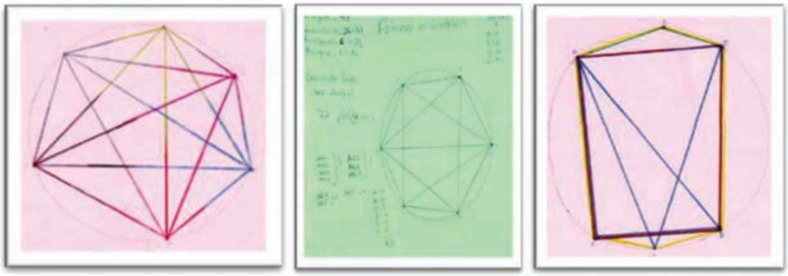
ANÁLISE DE DADOS E RESULTADOS

A intenção de desenvolver uma atividade diferenciada, em salas de aula, é expor aspectos que não são perceptíveis no cotidiano da sala, aguçando a curiosidade e criatividade dos alunos. E a Investigação Matemática tem esta premissa: a de levar o aluno a apresentar suas ideias, independentemente de serem certas ou erradas, instigando-o a produzir o próprio saber matemático. Com isso, o discente aprende conceitos novos com seus próprios esforços, sempre com o apoio do professor, e o conhecimento é formalizado posteriormente com a sistematização do conteúdo.

Para encontrar a solução para a tarefa proposta, os alunos conjecturaram diferentes hipóteses. Foi interessante ver os sorrisos, quando percebiam que suas ideias tinham sido utilizadas para a explicação do conteúdo. Segundo Meneghetti e Redling (2012), “no desenvolvimento das atividades investigativas, o processo de resolução pode implicar a exploração, a partir da situação apresentada, de todos os caminhos que surgem como importantes para além do que surge no enunciado, e, também, estimular a formulação de questões alternativas”.

As Figuras de 4 a 6 apresentam algumas resoluções propostas pelos alunos.

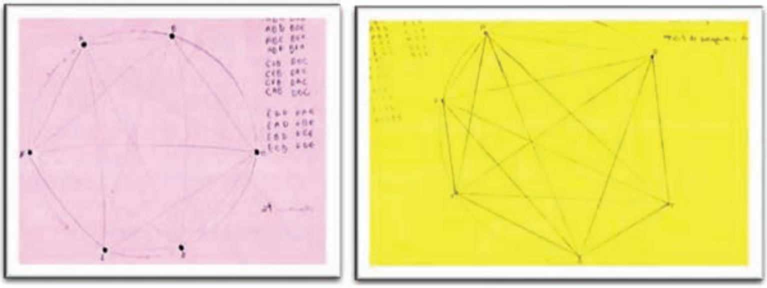
Figura 4



(a) (b) (c)

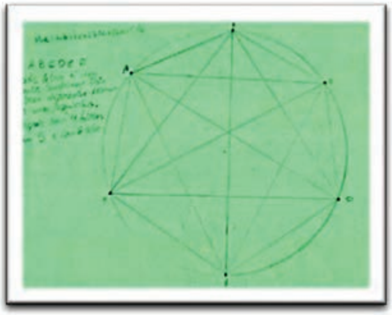
Fonte: Autores.

Figura 5



Fonte: Autores.

Figura 6



Fonte: Autores.

Um dos alunos, o que chegou mais próximo da resolução proposta no plano de aula, explicou o assunto da seguinte forma: “São seis pontos... Logo é só escrevê-los e combiná-los de 3 em 3 pontos, 4 em 4 pontos, 5 em 5 pontos, e para os 6 pontos só existe uma combinação possível”.

A partir de sua ideia, fizemos combinações: teríamos os triângulos ABC, ABD, ABE, ABF, então, BCD, BCE, BCF, e assim sucessivamente, seguindo o mesmo raciocínio para quadriláteros, pentágonos e hexágonos.

A aula foi finalizada com a introdução do conceito formal de "combinação".

REFERÊNCIAS

ARTISTA DA VEZ: ROMERO BRITTO. **Tem na Fotografia,** 2011. Disponível em: <https://temnafotografia.wordpress.com/2011/11/24/artista-da-vez-romero-britto/>. Acesso em: 18 de mai. de 2020.

CANAVARRO, A.P. **Ensino Exploratório da Matemática: Práticas e Desafios,** 2011. Disponível em: <https://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/4265/1/AP-Canavarro_2011_EM115_pp11-17_Ensino_Exploratório.pdf>. Acesso em: 19 de abr. de 2023.

CUTTING TREES BY ROMERO BRITTO. Jigidi. 2016, Disponível em: <https://www.jigidi.com/jigsaw-puzzle/bu0axavl/cutting-trees-by-romero-britto/>. Acesso em: 19 de abr. de 2023.

MENEGHETTI, R. C; REDLING, J. P. Tarefas Alternativas para o Ensino e a Aprendizagem de Funções: análise de uma intervenção no Ensino Médio. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 42, p. 193-229, 2012.

OLIVEIRA, H; MENEZES, L; CANAVARRO, A. P. **Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3° ciclo para a elaboração de um quadro de referência,** 2013. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/article/view/22895>. Acesso em: 19 de abr. de 2023.

4 O USO DA INVESTIGAÇÃO E EXPLORAÇÃO MATEMÁTICA NO CÁLCULO DE DISTÂNCIAS INACESSÍVEIS: RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA

Marcia Aparecida Garcia Teixeira[10]
Sandra Regina Oliveira de Souza[11]

INTRODUÇÃO

O relato aqui descrito é de uma experiência realizada no primeiro ano do ensino médio de uma escola da rede estadual da cidade de Bonito, no Mato Grosso do Sul, e pretende mostrar uma nova abordagem para o ensino de cálculo de distâncias inacessíveis. A experiência foi fundamentada em dos Santos (2002), nos PCNs (BRASIL, 1998; BRASIL, 2000), em Ponte (2006), Oliveira, Menezes e Canavarro (2012). A experiência parte da valorização dos conhecimentos prévios dos alunos e conta com atividades como a construção de um teodolito artesanal, de fácil confecção, feito de materiais recicláveis e reutilizáveis. A partir daí, foi possível estabelecer, com os alunos, outras distâncias inacessíveis, que estavam em seus horizontes de experiências.

METODOLOGIA E APLICAÇÃO

A matemática, como qualquer outra disciplina, requer um esforço humano contínuo para ser apreendida e percebe-se, na grande maioria das vezes, que os alunos não a compreendem como uma maneira de se entender o mundo, dentre outras à sua disposição, na escola.

A cidade de Bonito, no Mato Grosso do Sul, onde desenvolvemos esta experiência, é conhecida, mundialmente, como um dos melhores destinos do ecoturismo, motivo de orgulho para nossos alunos, e, assim, utilizamos alguns de seus principais atrativos turísticos como referencial para aplicação da metodologia de Investigação e Exploração. Como esses atrativos são públicos, todos, ou quase todos, os bonitenses já os visitaram. E, por meio da construção de um

10 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio. E-mail: teixe_ira@hotmail.com.
11 Professora mestra na Universidade Federal da Grande Dourados.
E-mail: sandrasouza@ufgd.edu.br.

teodolito manual, dissemos aos alunos que seria possível medir distâncias inacessíveis em locais da cidade. Isso despertou o interesse dos discentes.

Segundo Brito e Morey (2004), a dificuldade em aprender a trigonometria, no caso, está relacionada com a dificuldade que alguns professores enfrentam no ensino construtivista, ou seja, aquele que envolve a experiência.

Na Escola "Bonifácio Camargo Gomes", no período vespertino, com uma turma de trinta e nove alunos do primeiro ano do ensino médio, estruturamos a aula conforme a metodologia do Ensino Investigativo/Exploratório em fases, sendo elas de "lançamento" da tarefa, de "desenvolvimento", "exploração", e "discussão e sistematização". Dessa forma, o primeiro passo foi "lançar" a proposta da tarefa, esclarecendo pontos necessários, e mostrando suas finalidades, objetivos e metas.

No desenvolvimento, expusemos a história e a aplicabilidade do teodolito e, feita a divisão dos grupos, definimos que cada um deles teria liberdade para fazer e criar o seu próprio teodolito.

A fase da "exploração" ocorreu na aula de campo, quando cada grupo foi responsável por medir a altura de hotéis, igreja, a quadra da escola, torre de telefonia, dentre outros, sendo de extrema importância que fizessem o registro escrito e fotográfico de cada etapa. Sendo assim, cada grupo recebeu uma folha, contendo uma tabela indicando os valores dos ângulos e onde eles deveriam preencher com dados colhidos em sua atividade. A quarta fase consistiu em uma situação-problema envolvendo uma das grutas da cidade, em que as perguntas foram: "Como os turistas poderiam descobrir a distância até a fenda da caverna?", "É possível calcular essa distância?".

As aulas tiveram início no dia três de novembro de dois mil e quinze, e começamos pela escolha dos locais a serem utilizados. Depois do entusiasmo inicial, lançamos perguntas sobre trigonometria que já eram de conhecimento da sala, para ativar o conhecimento prévio dos alunos. Feito isso, propusemos a construção do teodolito com materiais recicláveis, a serem pesquisados pelos discentes.

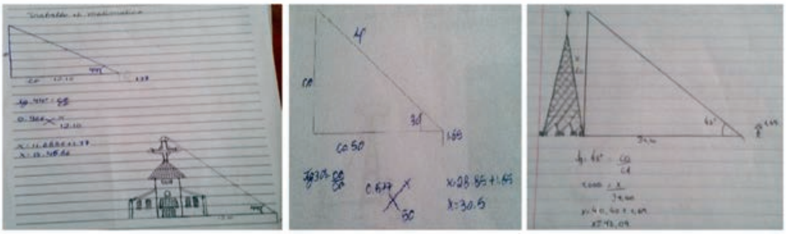
Na sequência, solicitamos que eles se dividissem em onze grupos de três pessoas com afinidades, e começamos a construção dos teodolitos. Com eles feitos, partimos para as medições e cálculos, em seguida, para a apresentação dos resultados, e para a análise dos dados obtidos.

Na aula de campo, cada grupo teve de medir três construções da cidade, utilizando o teodolito artesanal construído por eles, para o posterior cálculo das distâncias inacessíveis destas construções. Posteriormente, reunimos os grupos e os cálculos obtidos, e cada grupo foi até a lousa expor seus resultados. A Figura 1 contém alguns dos cálculos realizados pelos alunos.

Finalizando a atividade, comparamos os resultados obtidos, e os alunos perceberam que é possível medir algumas alturas ou distâncias inacessíveis através de um teodolito manual, obtendo um resultado bem próximo da realidade.

Um dos alunos mostrou para sala que o telefone celular pode trazer a função do teodolito com bastante precisão, sendo que o seu o grupo mediu construções escolhidas e obteve diferença de 3 graus entre um teodolito e outro.

Figura 1 : Cálculos realizados pelos grupos



Fonte: Autores.

Situação-problema

Na aula seguinte, reunimo-nos novamente para finalizar a atividade da Gruta; fizemos a leitura do problema, e deixamos que cada grupo pensasse em como executar a atividade.

Observamos que apenas um grupo respondeu à primeira pergunta da atividade, enquanto os outros apenas executaram os cálculos.

As perguntas eram: “Com essas informações, o turista consegue descobrir a distância até a fenda da caverna?”, “Qual é essa distância?”.

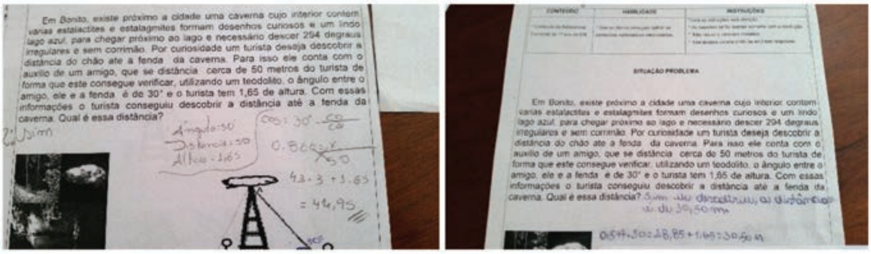
Os grupos não tiveram dificuldade na construção do teodolito, com exceção de um deles, que não concluiu a tarefa e não demonstrou interesse em executar a atividade proposta.

Em geral, porém, os grupos foram criativos e a variedade de material usado surpreendeu, pois alguns deles utilizaram materiais que encontravam no depósito da escola, percebendo o quão importante é a educação ambiental.

Um deles, por exemplo, construiu um teodolito utilizando a base de um ventilador quebrado, que tinha a altura ajustável ao tamanho de qualquer pessoa.

E, em discussão coletiva, concluíram que dois grupos erraram na observação das construções e nos cálculos obtidos porque utilizaram a relação trigonométrica errada (cosseno, ao invés de tangente), como se vê nesta figura:

Figura 2 - Atividade da Gruta dos grupos 3 e 4.



Fonte: Autores.

Ao finalizar as atividades, concluímos que, quando usamos a metodologia de exploração investigativa associada ao uso de materiais concretos, temos aulas mais produtivas, significativas e prazerosas do que as meramente expositivas, pois a construção favorece a aprendizagem, a discussão, a troca de ideias, o questionamento, o levantamento de hipóteses e a formulação de conceitos, por parte dos alunos. Comparando com o planejamento inicial, verificamos que eram necessárias mais duas aulas para que todas as atividades fossem concluídas com êxito, pois a construção do teodolito demanda bastante tempo. Ao fim da atividade, também, constatamos que só foi usada uma das relações trigonométricas, e que outras poderiam ter sido exploradas.

Para a nossa surpresa e felicidade, o entusiasmo dos alunos não terminou na aula de matemática, pois, em seguida, tiveram aula de Português e, nessa ocasião, os grupos quiseram mostrar para professora o resultado de suas experiências em matemática. Segue o seu depoimento: "Professora X, fiquei muito feliz quando os nossos alunos mostraram, com orgulho, a construção dos teodolitos e os cálculos. Tive uma verdadeira aula de matemática e, percebendo esse entusiasmo, aproveitei a ideia da dinâmica e quero utilizá-la em minhas aulas".

Entretanto, há fatores que precisam ser pesados, como a estrutura curricular do ensino médio, que deve oferecer propostas didático-pedagógicas para a melhoria, não só do ensino da matemática, mas de outras matérias, também.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Brasília: MEC, 2000.

DOS SANTOS, M. C. Algumas concepções sobre o ensino e a aprendizagem em matemática. **Educação Matemática em Revista,** v. 9, n. 2, 2002.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Recursos didáticos numa aula de ensino exploratório: Da prática à representação de uma prática. Investigação em **Educação Matemática**, 2012.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J. OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2006.

5 ENSINO DE GEOMETRIA PLANA COM O AUXÍLIO DO TANGRAM: UMA ABORDAGEM EXPLORATÓRIA

Diogo Ferreira Jandrey[12]
Adriano Oliveira Barbosa[13]

INTRODUÇÃO

Metodologias surpreendentes, ensino exploratório, tecnologias na educação matemática, modelagem matemática e resolução de problemas vêm ganhando espaço no cenário da educação, ganhando de metodologias comuns, tidas como “tradicionais”, tais como a exposição, ou método expositivo. O objetivo deste trabalho é apresentar uma experiência de ensino exploratório que leve ao conhecimento de conceitos como: figuras planas, tangram, lados, ângulos, triângulo, quadrilátero, pentágono, hexágono, etc., pertinentes ao estudo da Geometria Plana. Assim, foi divido em três partes: Aplicação da Aula, Resultados e Discussão, e Conclusão.

A experiência se desenvolveu em aulas de cinquenta minutos com o 7º ano do ensino fundamental II de uma escola no município de Dourados, estado do Mato Grosso do Sul. A metodologia usada foi o ensino exploratório, em que o professor organiza situações tendo em vista o desenvolvimento, no aluno, do raciocínio e da comunicação, fazendo emergir daí o conhecimento matemático. A tarefa escolhida para a aula foi uma adaptação da tarefa “Geometria com Tangram”, extraída do site “Matemática para a sala de aula”, da Escola Superior de Educação de Viseu, Portugal (2018). A atividade foi planejada para que os alunos desenvolvessem o pensamento geométrico, sabendo diferenciar as figuras planas, triângulos e paralelogramos por meio da ativação de conhecimentos prévios.

A tarefa consiste de cinco questões, sendo, as quatro primeiras, sobre o tangram: em quantas partes ele se divide, quais as peças que o compõem, qual o formato inicial do tabuleiro, e como se pode construir um. A última ques-

12 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.
E-mail: diogojandrey@hotmail.com.
13 Professor doutor na Universidade Federal da Grande Dourados.
E-mail: adrianobarbosa@ufgd.edu.br.

tão da tarefa é um desafio: os alunos, após utilizarem duas peças do tangram para formar um triângulo, um quadrado e um paralelogramo, seriam estimulados a montar estas figuras, novamente, utilizando quatro peças.

Num primeiro momento, foi realizada a apresentação do tangram e a história do jogo. A sala foi dividida em cinco grupos de três alunos; usamos um projetor para explicar o surgimento do tangram e como se apresenta o tangram tradicional de sete peças. Num segundo momento, foi realizada a leitura da tarefa a ser realizada com os alunos, a fim de esclarecer possíveis dúvidas sobre o enunciado. Neste momento, notamos que o paralelogramo era uma figura geométrica desconhecida, conceitualmente, pelos alunos. O terceiro momento foi de argumentação entre os grupos para a resolução da tarefa, e o momento seguinte foi de exposição dos grupos quanto aos resultados obtidos, em que se veem os caminhos e raciocínios percorridos. O quinto e último momento consistiu na sistematização do conteúdo trabalhado (figuras planas), em que os conceitos importantes para a continuidade dos estudos foram colocados.

APLICAÇÃO DA AULA

Tarefa Aplicada - Geometria com tangram

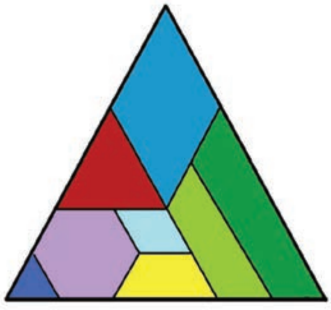
1. Qual a sua forma original?
2. Em quantas partes se divide?
3. Quais as figuras geométricas que o compõem?
4. Como podemos construir um igual?
5. Como construir figuras, a partir do tangram:
   a) Com duas peças
   b) Com quatro peças

RELATO DA AULA

O professor iniciou a aula com a pergunta: “Vocês sabem o que é um tangram?”, e a maioria dos alunos não sabia o que era este material, apenas dois já haviam utilizado o tangram durante a fase de alfabetização.

Assim, começamos por explicar o que era o tangram:

Figura 1 – Exemplo de tangram de oito peças

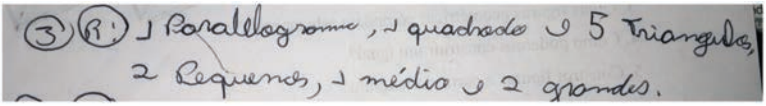


Fonte: TANGRAN DE 8 PEÇAS (2016).

Após a explicação da história do tangram, o professor entregou uma folha de sulfite em branco e uma outra com a tarefa que os alunos deveriam resolver. Após a entrega da tarefa, foi realizada uma leitura completa dela para que os alunos compreendessem o que se pedia e, assim, poderem esclarecer dúvidas sobre o enunciado.

Além disso, foi entregue um jogo do tangram de sete peças, com as peças embaralhadas. Uma das dúvidas levantadas foi: "Professor, preciso montar um quadrado com as sete peças?", e a reposta foi afirmativa pois eles precisavam manipular o tangram, mesmo que o desenho do quadrado inicial estivesse no canto superior da tarefa. Outra questão foi: "Como vou diferenciar os triângulos?", "Qual é a diferença entre os cinco triângulos?", "A área deles: dois têm a área menor, um tem uma área média, e dois têm a área maior"; a resposta foi como a Figura 2:

Figura 2 - Parte da resolução de um grupo



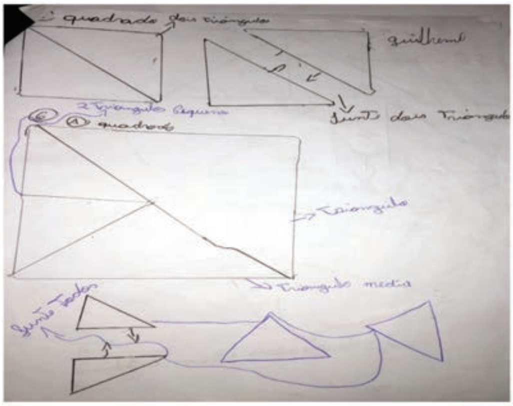
Fonte: Autores.

A falta de conhecimento matemático sobre os triângulos não impediu que os alunos respondessem de acordo com o que visualizavam na mesa, e este é ponto desejado: fazer que os alunos falem como veem, como compreendem, para que, na fase de sistematização o professor os ajude na construção do conceito necessário para os estudos posteriores.

Uma das questões propostas aos alunos suscitou entusiasmo, porque, como não havia a escolha de um vencedor, o entrosamento entre os grupos foi mais leve e vívido, com discussões sobre como mover as peças para se completar a tarefa.

"Como devemos colocar, na tarefa, a resposta?", "Se eu pegar a sua tarefa para dar nota, como ela estaria colocada?", "Podemos desenhar?", "Sim!" (Figura 3):

Figura 3 - Parte da resolução de um grupo



Fonte: Autores.

Havia euforia na discussão das resoluções; os alunos queriam mostrar, no quadro, como haviam solucionado o enigma. Ao mesmo tempo, porém, ficavam tímidos, com o receio de terem errado a solução.

O repertório de conhecimentos prévios foi usado quando percebemos que os gostos dos alunos se voltavam para esportes, como o MMA (Artes Marciais Mistas), que se luta em um "octógono".

Após a explanação sobre a nomenclatura das figuras planas, dos triângulos, quadriláteros, paralelogramo, quadrado, losango e trapézio, explicou-se como calcular a área e o perímetro de algumas dessas figuras, como o triângulo e o quadrilátero.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com a metodologia expositiva, "tradicional", os alunos são percebidos como amedrontados pelos conhecimentos e pela forma de transmissão. Já com o ensino exploratório, eles se sentem mais à vontade para lidarem com o conhecimento. Os alunos percebem, por exemplo, que o piso de sua sala de aula é quadrado. Que esta forma tem um nome e leis que a matemática estuda. “Professor, então um quadrado é um paralelogramo?”, “Sim! Mas, nem todo paralelogramo é um quadrado!”.

Quando a avaliação foi aplicada, a maioria dos alunos conseguiu resolver os exercícios sem o auxílio do professor e, com isso, o objetivo da aula foi alcançado, pois conseguiram assimilar tudo o que fora trabalhado durante o experimento.

CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi apresentada uma metodologia ainda pouco utilizada nas salas de aula: o ensino exploratório, que tem, como principal agente da construção do conhecimento, o próprio aluno. A experiência nos mostrou que ensinar de formas diferentes faz com que os alunos participem mais da aula. Percebemos que o uso de material manipulável tornou a aula mais atrativa para os alunos, e eles assimilaram melhor as formas comparando-as com objetos do dia a dia, passando a conhecer, também, novas terminologias. No ensino exploratório, os alunos acham seus caminhos corretos, com o auxílio do professor, construindo, assim, grandes significados sobre as formas geométricas, por exemplo. Concluímos que a utilização do ensino exploratório é uma maneira de se aprender divertindo-se.

REFERÊNCIAS

MATEMÁTICA PARA SALA DE AULA. **Escola Superior de Educação de Vizeu**. Disponível em: <https://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/tarefas2006.htm>. Acessado em: 05 de jan. de 2018.

TANGRAN DE 8 PEÇAS. **Espaço Educar.** 2016. Disponível em: <http://www.espacoeducar.net/2016/05/tipos-de-tangram-quais-os-tipos-de.html>. Acesso em: 17 de jun. de 2020.

6 FAZER DIFERENÇA, FAZENDO DIFERENTE COM O MOSAICO

Margareth Virginia de Rezende Mehlmann[14]
Mariana Fabiane Garcia Travassos[15]

INTRODUÇÃO

Os desafios da escola contemporânea estão vinculados às demandas da sociedade, de modo que as disciplinas que compõem o currículo devem ser desenvolvidas com o objetivo de possibilitar ao aluno a apropriação de conhecimentos que lhe permita posicionar-se diante das situações de seu cotidiano, levando-o a reconhecer o papel de tais disciplinas como ferramentas para a compreensão do mundo à sua volta.

Sendo assim, o processo de ensino e aprendizagem matemática deve ser pensado privilegiando o pensamento lógico e a exploração de ideias de maneira significativa e transformadora, contextualizada e adaptada às necessidades cotidianas e científicas, e o aluno deve ser o sujeito ativo no processo de construção do pensamento (GARCIA; CLOTILDE, 2008; SOUZA; FRANCO, 2012).

Essa concepção de ensino da matemática requer que o professor tenha uma postura investigativa, privilegiando os procedimentos de observação e de reflexão da prática docente, trabalhando os conteúdos utilizando metodologias que se articulem com o objetivo do ensino, privilegiando a interação com o meio, e o desenvolvimento do potencial lógico matemático dos alunos, adaptando-se à realidade deles.

Além disso, atendo-se à importância social e científica dos conteúdos abordados, de modo a que a escola afirme o seu papel transformador da realidade, na qual está inserida, possibilitando que os seus alunos vivenciem diferentes práticas sociais, que utilizem a contagem, a leitura, a escrita e a oralidade como ferramentas de inserção nas diferentes esferas de interação e de busca do conhecimento.

14 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio. E-mail: maragareth_mehlmann@hotmail.com.
15 Professora mestra na Faculdade de Educação a Distância da Universidade Federal da Grande Dourados. E-mail: marianatravassos@ufgd.edu.br.

Dentre os conteúdos matemáticos, é histórico que a geometria tem sido relegada a momentos isolados dentro da prática docente, o que faz com que ocorram posturas preconceituosas e até a rejeição ao seu aprendizado. Todavia, este é um conteúdo rico em possibilidades de abordagens, pois pode ser trabalhado de forma articulada com diversos outros saberes. O ensino de geometria possibilita a exploração de questões sociais e afetivas através das formas geométricas presentes no cotidiano, como os polígonos regulares dos ladrilhamentos de casas, por exemplo.

Sendo assim, o presente trabalho dedica-se a investigar o aprendizado de conceitos básicos de polígonos regulares, aplicando a metodologia da resolução de problemas, por meio de atividades vinculadas a essas questões afetivas e sociais, através de uma prática docente dinâmica e atenta às necessidades da sociedade atual, quebrando paradigmas que estabelecem a matemática como disciplina cujos conteúdos são abordados de maneira abstrata e desvinculada do cotidiano dos alunos, que são levados a comparar, conjecturar, analisar, e explorar as suas capacidades manipulativas, visuais e cognitivas, atingindo, assim, a construção de conceitos matemáticos.

REFERENCIAL TEÓRICO

A Geometria

As origens da geometria remontam à origem do homem, e surgiram a partir da simples observação e capacidade de reconhecer figuras, comparar formas e tamanhos, sendo que um dos primeiros conceitos geométricos criados pelo homem foi a noção de distância (EVES, 1997).

Na Antiguidade, o homem se utilizava da geometria para demarcações de terra, cálculos de área e de produtividade, estudo de volumes, arquitetura e astronomia. No Egito Antigo, a geometria era praticada pelos agrimensores, profissão criada pelo faraó para demarcar terras de agricultores. Há registros sobre a aplicação de geometria, também, pelos sumérios e babilônios.

Entretanto, formalmente, os gregos é que são considerados os fundadores da geometria, pois aplicaram-na como auxiliar na estruturação do pensamento, utilizando observações matemáticas no desenvolvimento do que ficou conhecido como uma das primeiras revoluções do pensamento humano.

A evolução da geometria a partir da Grécia impulsionou o pensamento matemático, especialmente quando da criação da geometria euclidiana, cujos modelos foram superados apenas na Idade Moderna, com o surgimento dos modelos não-euclidianos.

Estes aspectos históricos e científicos tornam a geometria um patrimônio cultural, construído através dos séculos, e cujos impactos na sociedade atual são imensuráveis, dadas as aplicações dos seus conceitos, aliados à tecnologia, bem como por sua capacidade de inter-relacionar ideias e contribuir para a organização do pensamento humano a partir dos seus conceitos (PINTO et al., 2010).

O Ensino de Geometria

Segundo Valente (1999), desde o século XIX o ensino de geometria deveria ocorrer vinculado ao cotidiano prático das pessoas, com atividades tais como medir terrenos e manusear instrumentos como régua e compasso. Esta visão foi se modificando com o passar dos anos, e a geometria passou a ser percebida como uma área da matemática, que engloba vários outros saberes (ALVAREZ, 2004).

No entanto, o ensino da geometria, quando relacionado com outros conteúdos, de maneira integrada às necessidades da sociedade, pode colaborar para o desenvolvimento de novas competências, para a construção de novos conhecimentos, para a incorporação de experiências matemáticas que possibilitem o desenvolvimento de inteligências práticas, capazes de reconhecer e selecionar informações que auxiliem na tomada de decisões e na resolução de problemas.

É indispensável a utilização de elementos do cotidiano, aplicando a matemática nas relações práticas do dia a dia, possibilitando, ainda, a interação no espaço em que vivemos, contribuindo, ao final, para a formação humana dos estudantes (FILHO; BRITO, 2006; FONSECA, 2001). Isso quando colocada em primeiro lugar, como coisa visível, antes da matemática.

Nesse sentido, o ensino de polígonos pode ser entendido como uma ferramenta de grande relevância social, dadas as suas possibilidades de aplicação. Os padrões de ladrilhamento em mosaicos, por exemplo, formados por polígonos regulares, podem ser empregados no ensino de noções básicas de geometria e de matemática, desde que o aluno seja levado a experimentar, testar, refletir e construir novas figuras. As aplicações de seus conceitos possibilitam uma abordagem que valoriza o conhecimento informal do aluno, permitindo que ele se posicione de maneira ativa no processo de ensino-aprendizagem (MUNIZ, 2004), construindo conhecimentos e reforçando sua capacidade de refletir (GRAVEMEIJER, 1998) e de interferir no mundo.

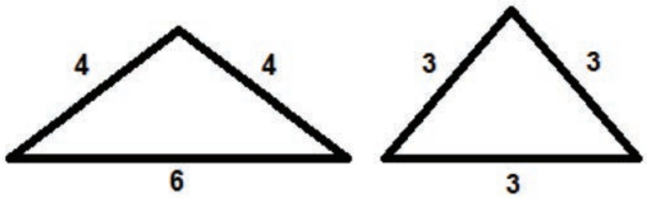
Polígonos Regulares e Ladrilhamento

Polígonos são linhas não curvas, fechadas, formadas por segmentos de reta que se cruzam apenas em suas extremidades.

Cada segmento de reta é chamado de “lado” do polígono. Quando esses segmentos de reta possuem a mesma medida, dizemos que os “lados” do polígono são congruentes e, neste caso, o polígono é dito regular; quando não possuem a mesma medida, dizemos que o polígono é não-regular (DANTE, 2015).

No quadro abaixo, temos a exemplificação de dois triângulos com tais características (Figura 1).

Figura 1 - Polígonos não-regular e regular, respectivamente



Fonte: Autores.

Um polígono dito “regular” possui, além de lados congruentes, ângulos internos congruentes e, por consequência, características específicas, vinculadas à regularidade observada na medida dos seus lados, o que lhe confere um conjunto de propriedades que podem ser obtidas em função da medida dos lados, facilitando o cálculo de medidas como o apótema, o perímetro e a área. Em suma: o cálculo com polígonos é facilitado quando este é classificado como “regular”, uma vez que suas propriedades podem ser expressas por fórmulas matemáticas bem definidas.

Tal regularidade é imprescindível para a construção de mosaicos a partir de padrões de ladrilhamento, pois estes são construídos com a justaposição de figuras, ou seja: um padrão de figuras cobre inteiramente o plano, sem sobreposições ou espaços vazios (GUMIERI, 2018).

Os PCN’s tratam dos polígonos como elementos geométricos presentes na natureza e em criações artísticas, de modo que o ensino deste conteúdo pode “levar o aluno a perceber e valorizar sua aplicação na natureza e nas criações do homem, tornando-se uma das possibilidades mais fascinantes do ensino de geometria” (BRASIL, 1998, p. 82).

O ladrilhamento é considerado uma arte milenar, e as suas aplicações podem ser observadas em azulejos, cerâmicas e pisos decorativos, papéis de parede, tecidos, bordados, tricô, crochê, constituição de móveis, tapeçarias, e até em pavimentação de estradas.

Na natureza, a organização geométrica característica do ladrilhamento pode ser observada nas escamas de peixes, colmeias, pinhas (fruto de coníferas), em tecidos biológicos e até em bolhas de sabão (ALVES; DALCIN, 1999; DIAS; SAMPAIO, 2010; VRECCHI, 2012, GUMIERI, 2018).

Fazer a Diferença Fazendo Diferente com Mosaico

Para Piaget (2005), o desenvolvimento do conhecimento humano é facilitado quando a prática do docente se dá por meio de abordagens concretas. Nesta perspectiva, o ensino de geometria pode ser abordado de maneira contextualizada, dinâmica e atrativa, de modo que facilite a compreensão dos seus conceitos e aplicações, extrapolando o entendimento em sala de aula das formas e dos números (MUNIZ, 2004), de maneira interdisciplinar, reflexiva, atual e vinculada às necessidades sociais vividas pelos discentes (D'AMBRÓSIO, 1989), criando um ambiente de aprendizagem onde eles possam aprender a conhecer, explorar situações ligadas à sua realidade (ZECH et al., 1998), compreender e representar o mundo em que vivem (BRASIL, 1998).

A aplicação dos conhecimentos sobre ladrilhamento na construção de mosaicos, além de possibilitar a compreensão do aluno sobre as aplicações da geometria na natureza e nas artes, como preconizam os PCN's (BRASIL, 1998), pode servir, também, como pano de fundo para a abordagem de questões afetivas e sociais que regem o cotidiano das pessoas, configurando-se como ferramenta matemática que possibilita ao aluno utilizar seus conceitos para colocar-se como ser atuante na sociedade, refletindo sobre as suas ações e sobre as consequências de suas atitudes. Portanto, abrem-se possibilidades de relacionar a geometria à sociologia, à história, às artes, e a outras disciplinas que lidam com as formas geométricas em seus conteúdos, de forma mais ou menos visível, tornando a geometria um conteúdo matemático altamente interdisciplinar.

PLANEJAMENTO E APLICAÇÃO DA AULA

A atividade foi realizada com alunos do 9º ano do ensino fundamental da escola presbiteriana Erasmo Braga, localizada na cidade de Dourados, Mato Grosso do Sul. A aplicação das atividades foi planejada para ocorrer durante uma semana, totalizando cinco aulas. Iniciou-se com a abordagem conceitual sobre o que é um polígono, seus elementos e construção. Após, realizou-se a construção, pelos alunos, de polígonos regulares e mosaicos, que foram expostos na sala de aula. Para a fase final das atividades, foram preparados quatro mosaicos totalizando vinte e quatro peças, entre quadrados e octógonos, que foram distribuídos aleatoriamente entre os alunos da turma e, finalizou-se a atividade com a leitura e discussão de um texto cujo tema conduz à reflexão sobre as responsabilidades de cada pessoa na sociedade.

Aula 1

Parte 1 (15 minutos):

Exibição de trecho do vídeo "Construção de polígonos regulares", disponível em:

https://www.youtube.com/watch?v=OUYClv1Ts8Y&feature=share.

Após apresentar o conteúdo, envolvendo polígonos regulares que seria estudado na aula, os alunos foram convidados a assistir um vídeo sobre a construção de polígonos, para motivá-los e auxiliar na compreensão dos conceitos que seriam trabalhados na sequência.

Parte 2 (35 minutos):

a) Revisão sobre polígonos regulares: discussão sobre conceitos apresentados no vídeo, como a congruência quanto aos lados e ângulos desses polígonos;

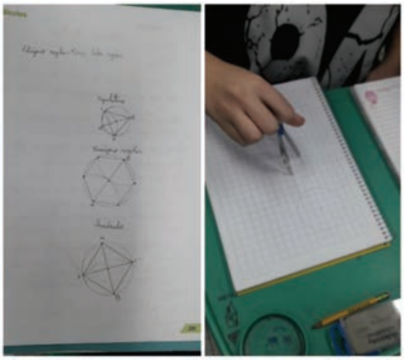
b) Construção de triângulo equilátero, quadrado, hexágono regular, utilizando sulfite, transferidor, compasso e régua.

c) Tarefa para casa: construção de um mosaico de livre escolha por cada aluno.

Realizou-se uma abordagem sobre os três principais polígonos regulares e, após, os alunos construíram tais polígonos utilizando papel, compasso e régua (Figura 2).

Na sequência, eles foram estimulados a construir mosaicos com figuras regulares, quando se discutiram conceitos acerca de ladrilhamento, exemplificando-os, e, como tarefa de casa, deveriam construir um mosaico para exposição na sala de aula.

Figura 2 - Construção de polígonos



Fonte: Autores.

Aula 2

Parte 1 (20 minutos):

Exposição dos mosaicos construídos pelos alunos (Figura 3).

Figura 3 - Construção e exposição dos mosaicos pelos alunos durante a aula 2

Fonte: Autores.

Após a exposição dos mosaicos construídos pelos alunos na atividade proposta na aula anterior, distribuíram-se, aleatoriamente, entre eles, quatro mosaicos que deveriam ser montados procurando, na turma, quais os colegas que tinham peças que compunham cada um dos mosaicos, que serviriam de base para o desenvolvimento da atividade seguinte.

Parte 2 (30 minutos):

Dinâmica (montagem de mosaicos): distribuição aleatória de quatro mosaicos recortados de acordo com os padrões de ladrilhamento, entre os alunos da turma, formando uma espécie de quebra-cabeças que, ao ser montado, apresenta de um lado a imagem de uma pessoa e, do outro lado, a imagem do mapa-múndi (ler texto o Cientista e o Menino).

Aula 3

Abordagem dos conceitos sobre padrões de ladrilhamento, observando-se os mosaicos montados na aula 2, discutindo a formação de tais padrões, sendo esses (4,8,8); (8,4,8) ou (8,8,4), a partir dos vértices das figuras que eram formados por octógonos e quadrados.

Os mosaicos formados pelos alunos na aula anterior foram utilizados para a abordagem de conceitos sobre padrões de ladrilhamento e como são compostos tais padrões, observando-se os vértices das figuras, e realizando-se cálculos matemáticos para definir os valores dos ângulos internos de cada figura.

Aula 4

Leitura e discussão do texto “O cientista e o menino”.

Comparação do mosaico com os conceitos apresentados no texto “O cientista e o menino”.

Quando cada grupo montou seu mosaico, notaram a formação de uma pessoa de um lado desse mosaico, e um pedaço do mapa-múndi do outro. Os grupos que montaram o mosaico, partindo da imagem das pessoas, conseguiram terminar primeiro que os grupos que o montaram pelo mapa-múndi. Assim que todos os grupos terminaram de montar os seus mosaicos, a professora contou-lhes a história de “O cientista e o menino”. Nessa história, conta-se que um cientista trabalhava em seu laboratório, arduamente, durante muitos anos, à procura de uma maneira de se “consertar o mundo”.

Em um certo dia, sua esposa precisou sair e deixou seu pequeno filho com ele. Sem saber como distrair o menino, resolveu destacar a figura de uma parte do mapa-múndi de uma revista, cortar em várias partes, e pedir para que o menino montasse o mapa-múndi, esperando que ele demorasse um certo tempo para isso, pois era pequeno e não tinha conhecimento para resolver tal desafio. Quando menos esperava, o menino apareceu com a figura montada perfeitamente! Quando perguntou ao filho como conseguira, esse respondeu dizendo que quando o pai destacou a figura que recortou, notou que na parte de trás da folha tinha a imagem de uma pessoa, sendo assim começou a montá-lo pela pessoa, e quando virou a figura viu que tinha consertado o mundo!

O fechamento dessa dinâmica surpreendeu a todos, pois não esperavam por esse desfecho.

Segundo alguns comentários, a conclusão geral foi de que só conseguiremos consertar o mundo quando consertarmos a nós mesmos.

Aula 5

Parte 1 (35 minutos):

Exposição oral, através de diferentes pontos de vistas sobre a história contada “O Cientista e o Menino”.

Parte do que foi relatado pelos alunos, bem como mais imagens das atividades realizadas podem ser vistas em vídeo produzido por um dos alunos, no link:

https://www.youtube.com/watch?v=zsiMuZDyt4I

Parte 2 (15 minutos):

Feedback sobre as falas de cada grupo, com discussão baseada nas principais ideias expostas nas apresentações dos grupos.

Realizou-se a leitura do texto “O cientista e o menino”. Após a leitura do texto, os alunos discutiram as semelhanças vivenciadas por eles durante a atividade e as ideias do texto, quando cada grupo pôde debater entre seus membros e expor para a turma suas ideias. Como complemento às discussões, realizou-se um *feedback* com a abordagem e discussão sobre as principais ideias surgidas nos grupos. Nestas discussões, foi comum o surgimento dos conceitos de união, colaboração e respeito como princípios necessários para a realização das atividades propostas, atitudes estas cujos efeitos refletem nas ações pessoais e coletivas que desencadeiam mudanças de cenário e proporcionam crescimento pessoal, profissional e social.

Tarefa para Casa

Desafio: construção de um ladrilho com padrão de ladrilhamento escolhido livremente pelo aluno.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Percebeu-se, durante a execução das atividades, que os alunos interagiram entre si de maneira aleatória, desfazendo e desmistificando eventuais grupos de amigos, as chamadas “panelinhas”. Esta interação fez surgir, por parte dos alunos, depoimentos do tipo “conversei com pessoas que imaginava não ter afinidade”, ou “descobri pessoas novas na sala de aula”, ou ainda: “estudei desde pequeno com algumas pessoas e nunca havia saído do meu grupo de amigos”. Neste ponto, a intervenção ressaltou a importância de nos relacionarmos bem com pessoas dos mais diferentes tipos, visando à formação profissional, uma vez que não escolhemos com quem iremos trabalhar ou nos relacionar no mercado de trabalho.

Outro aspecto relevante observado foram os resultados satisfatórios na resolução de problemas envolvendo o cálculo das medidas dos lados e dos ângulos internos de polígonos regulares utilizados na construção dos mosaicos. Isso se deu, em parte, pelo bom aproveitamento e envolvimento da turma quando da retomada dos conceitos básicos sobre polígonos regulares, especialmente na construção de polígonos, quando os alunos foram instruídos, inclusive, sobre como utilizar um transferidor. O reflexo desta aprendizagem satisfatória pôde ser percebido quando da apresentação dos diversos mosaicos construídos como atividade de tarefa, quando se observou, de maneira geral, a correta aplicação dos conceitos sobre ladrilhamento discutidos em sala de aula.

Em suma, percebeu-se que houve uma rica apropriação dos conceitos de geometria, tanto na construção de figuras regulares como na construção de mosaicos aplicando os padrões de ladrilhamento. E mais, o texto “O cientista e o menino”, aliado à atividade de construção do mosaico, proporcionou a reflexão sobre as atitudes que devemos desenvolver frente aos desafios cotidianos, estimulando o trabalho em equipe, o respeito mútuo e enfatizando a importância da atitude colaborativa e da iniciativa pessoal e proativa na construção de uma sociedade cujos princípios são a união e o respeito.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho permitiu concluir que a matemática pode ser abordada de maneira contextualizada e relacionada às necessidades da sociedade, sendo utilizada como instrumento que possibilita também a reflexão sobre problemáticas do cotidiano das pessoas, indo para além do seu emprego como ciência que aborda apenas questões relacionadas com o "trato numérico", com um fim em si mesmo, de modo que os alunos puderam perceber que esta ciência possibilita uma compreensão para além de contar, medir e resolver problemas. Além do aprendizado de fórmulas e do domínio de cálculos matemáticos, a manipulação e a construção dos objetos de aprendizagem possibilitaram ampliar a compreensão dos conceitos matemáticos inseridos na parte teórica das aulas. Além disso, a formação de grupos aleatórios para realizar as atividades e o debate de ideias sobre estas, oportunizou aos alunos a discussão do tema transversal "cidadania" e também o exercício da dialética, quando cada um pôde expor o seu ponto de vista.

Tais situações vivenciadas em sala de aula conferiram à matemática o seu caráter formador enquanto ciência e também como ferramenta de construção de conhecimentos que vão além dos seus limites enquanto disciplina, extrapolando sua abrangência para questões relacionadas à sociedade.

REFERÊNCIAS

ALVAREZ, T. G. **A Matemática da Reforma Francisco Campos em Ação no Cotidiano Escolar.** 2004. 257 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2004.

ALVES, S.; DALCIN, M. Mosaicos do plano. **Revista do Professor de Matemática,** v. 40, p. 3, 1999.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

D'AMBRÓSIO, B. S. **Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates.** SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. p. 15-25.

DANTE, L. R. **Matemática – Projeto teláris – Ensino Fundamental.** São Paulo: Editora Ática, 2015.

DIAS, C. C.; SAMPAIO, J. C. V. **Desafio Geométrico: módulo I.** Cuiabá, MT: Central de Texto, 2010. Curso de especialização para professores do ensino de matemática.

EVES, H. Geometria: **Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula.** Geometria Tradução Higino H Domingues. São Paulo, Atual, 1997.

FILHO, J. B. S.; BRITO, K. L. V. **O aprendizado da Geometria Contextualizada no Ensino Médio, IESGO** – Instituto de Ensino Superior de Goiás Pós-Graduação Lato Sensu em Educação Matemática Formosa GO, 2006.

FONSECA, M. C. F. R.; LOPES, M. P.; BARBOSA, M. G. G.; GOMES, M. L. M.; DAYRELL, M. M. M. S. S. **O ensino da geometria na escola fundamental:** Três questões para formação do professor de matemática dos ciclos iniciais. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

GARCIA, V. C. V. Fundamentação teórica para as perguntas primárias: O que é matemática? Por que ensinar? Como se ensina e como se aprende?. **Educação**, v. 32, n. 2, p. 176-184, 2009.

GRAVEMEIJER, K. P. From a different perspective: Building on students' informal knowledge. In: **Designing learning environments for developing understanding of geometry and space.** Routledge, 2012. p. 59-80.

GUMIERI, A. C. **Aplicação da técnica de ladrilhamento com polígonos regulares nos anos finais do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado) - UFSCar. São Carlos, 2018.

MUNIZ, Cristiano A. Explorando a Geometria da orientação e do deslocamento. GESTAR II, TP6, p. 80-102, 2004. PIAGET, J. **Seis estudos de psicologia.** 24ª ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2005.

PINTO, J. L. R.; BATISTA, E.; CARVALHO, N. T. B. **Geometria I.** 2ª Ed. Florianópolis: EAD/UFSC/CED/CFM, 2010. 330 p. Disponível em: <http://mtm.ufsc.br/~ebatista/Eliezer_Batista_arquivos/MTM_Geometria_I_WEB.pdf>. Acesso em 4 de mai. de 2018.

SOUZA, S. de; FRANCO, V. S. Geometria na educação infantil: da manipulação empirista ao concreto piagetiano. **Ciência & Educação** (Bauru), v. 18, n. 4, p. 951-964, 2012.VALENTE, V. R. **Uma história da Matemática escolar no Brasil (1730-1930).** São Paulo: FAPESP, 1999.

VRECCHI, R. A. da C. Das artes às embalagens: buscando caminhos para aprender Geometria. **Secretaria da Educação. Governo do estado do Paraná. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense**, 2012.

ZECH, L. et al. An Introduction to Geometry Through Anchored Instruction Cynthia Mayfield-Stewart, and the Cognition and Technology Group. In: **Designing Learning Environments for Developing Understanding of Geometry and Space.** Routledge, 2012. p. 453-478.

7 DIMENSIONAMENTO DE UM RESERVATÓRIO PARA CAPTAÇÃO E ARMAZENAMENTO DE ÁGUA DA CHUVA PARA FINS NÃO POTÁVEIS

Cleber Alessandro Ramos[16]
Adriano Oliveira Barbosa[17]

INTRODUÇÃO

Motivados pela necessidade de buscar soluções para reduzir o consumo de água fornecida pela concessionária à escola estadual da cidade de Paranaíba-MS, percebemos a conciliação entre a solução de um problema de grande importância no contexto da comunidade e o ensino da matemática.

Delimitamos a questão da utilização consciente da água, bem como o cálculo de um reservatório para a captação de água, como objeto central de todas das aulas de matemática, sendo que os planejamentos das atividades foram realizados em quatro etapas consecutivas que visaram desenvolver a perspectiva cognitiva dos alunos, além de integrar conteúdos de disciplinas diversas, promovendo a interdisciplinaridade, e utilizando a concepção do ensino exploratório-investigativo, conforme Onuchic e Allevato (2011). Nesta perspectiva, foram contempladas, além da disciplina de Matemática, as disciplinas de Ciências da Natureza, Geografia, Física e Português.

A primeira fase consistiu em pesquisar o ciclo hidrológico, o que foi executado por meio de pesquisas em sites de referência para a temática. Em um segundo momento, foi solicitado que os alunos buscassem informações sobre os dados meteorológicos do ano anterior. A terceira fase do projeto consistiu em se mensurar as dimensões dos telhados dos respectivos pavilhões da unidade escolar em questão. Na sequência, foi realizado o cálculo do volume de água que poderia ser captada e armazenada através dos telhados da escola. A partir da tarefa de investigação, e com base nas informações obtidas através

---

16 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.
E-mail: kleber_ufms@hotmail.com.
17 Professor doutor na Universidade Federal da Grande Dourados.
E-mail: adrianobarbosa@ufgd.edu.br.

da execução das fases anteriores, foi possível desafiar os alunos, de modo a que pudessem verificar a possibilidade de se obter um reservatório com capacidade para atender a demanda da escola durante todo o ano.

Atividades investigativas promovem um aprendizado significativo e prazeroso dos conceitos matemáticos pelos alunos; as aulas deixam de ser mecânicas e repetitivas, fazendo com que os alunos investiguem e criem estratégias, organizando e interpretando dados, formando conjecturas, e validando-as.

METODOLOGIA

1º momento: inicialmente, abordamos com os alunos o tema: ciclo hidrológico. Após a abordagem, foi proposta uma pesquisa sobre o tema em sites de referência.

2º momento: solicitamos aos alunos que se deslocassem até a estação meteorológica de Paranaíba-MS, a fim de conhecer os instrumentos de medir a quantidade de chuva e também para que tivessem contato e percebessem a sua utilidade, importância, e qual a unidade de medida utilizada (mm).

3º momento: ministramos uma revisão sobre cálculo de área, Teorema de Pitágoras e escala numérica.

Após a revisão, os alunos fizeram o levantamento das dimensões dos pavilhões pertencentes à unidade escolar, sendo que nessa oportunidade utilizaram trena, giz, escada e o caderno para anotações.

Com as dimensões (comprimento, altura da cumeeira e altura do beiral) dos pavilhões em mãos, eles aplicaram o Teorema de Pitágoras e descobriram a hipotenusa (medida transversal).

Tais medidas foram utilizadas para obter as áreas dos telhados. Depois de as áreas serem calculadas, os alunos escolheram uma escala e representaram, por meio de desenhos, os telhados estudados e medidos. Solicitamos aos alunos o memorial de cálculo e os desenhos dos telhados, para avaliação.

4º momento: na parte final, agendamos uma visita à Sala de Tecnologia Educacional, onde explicamos alguns conceitos sobre a planilha eletrônica de cálculos, que no libre office é chamada de *calc*.

Após falar sobre os conceitos, os alunos confeccionaram a planilha de cálculo onde, na primeira parte da planilha, foi inserida a precipitação, de janeiro a dezembro, no município de Paranaíba-MS.

Na segunda parte da planilha, foi inserida a área de contribuição, que são os telhados dos pavilhões.

Na terceira parte, foi criado o cálculo do volume de água que poderia ter sido captado, caso houvesse um sistema de captação e reserva de águas pluviais; os valores dos volumes foram obtidos a partir da inserção de fórmulas.

Na quarta parte, solicitamos que os alunos fizessem um balanço entre a água captada e a água utilizada na unidade escolar para serviços que não demandam água potável, como: lavagem do pátio e da quadra, rega de plantas, etc.

Através do balanço, os alunos encontraram os meses em que a demanda foi maior do que a oferta, ou seja, os meses críticos, e, então, escolheram um reservatório com capacidade para reservar um volume suficiente para os afazeres descritos.

Após a finalização da planilha, solicitamos a entrega dela para avaliação.

RELATO DAS AULAS

Antes do desenvolvimento das atividades propostas neste trabalho, foi feita uma série de questionamentos verbais aos alunos:

1 - Como a chuva ocorre?

2 - Quais as etapas do ciclo da chuva?

3 - Como é feita a medição da chuva?

4 - Qual instrumento é utilizado para aferir a medida da chuva?

5 - Qual unidade de medida é utilizada para medir a chuva?

As respostas foram incertas e evasivas. Na sequência, realizamos outros questionamentos, também verbais, objetivando saber o conhecimento prévio dos alunos:

1 - Como podemos calcular a área de um retângulo?

2 - Quais dimensões precisamos conhecer para realizar o cálculo da área de um retângulo?

3 - Qual a unidade de medida que os pedreiros utilizam para realizar medições em suas construções?

4 - Podemos calcular a área de um telhado da mesma forma que calculamos a área de um retângulo?

5 - Como devemos calcular a área de um telhado, sabendo que ele tem uma inclinação?

6 - O que é o Teorema de Pitágoras?

7 - Será que podemos aplicar o Teorema de Pitágoras para encontrar a dimensão transversal do telhado? Como?

8 - Será que existe algum tipo de planilha eletrônica que pode nos ajudar a realizar os cálculos?

9 - Será que podemos representar um telhado na folha A4 com seu tamanho real?

10 - Como devemos representar um telhado na folha A4?

Pelas respostas dos alunos, pudemos verificar que existia conhecimento acerca do cálculo da área de um retângulo, bem como das dimensões e unidades de medida, mas os alunos não sabiam que poderiam usar tais conceitos para encontrar a área de um telhado, cuja forma é de um retângulo.

Além disso, os alunos conheciam, já, o Teorema de Pitágoras, no entanto, não sabiam como aplicá-lo para encontrar a hipotenusa, e assim encontrar as dimensões de um telhado. Verificamos também que, apesar de serem utilizadores assíduos dos meios tecnológicos, não tinham conhecimento de como realizar a edição ou a confecção de uma planilha eletrônica no computador. Também sabiam da necessidade de se reduzir o desenho, mas desconheciam como fazê-lo.

Nesta parte do trabalho, os alunos realizaram pesquisas em sites de referência para a temática do trabalho em questão, pesquisa sobre dados meteorológicos, e participaram de revisões sobre conteúdos a serem utilizados no desenvolvimento das atividades.

1º momento (03 aulas de 50 min): durante a pesquisa, os alunos fizeram os seguintes questionamentos:

1 - Em qual site podemos pesquisar?

2 - Posso representar o ciclo hidrológico por meio de desenho?

Com relação aos questionamentos feitos pelos alunos, respondi: "1 - poderiam pesquisar em qualquer site, mas que colocassem na pesquisa o endereço eletrônico de onde a mesma foi retirada; 2 - sim, a representação poderia ser por meio de desenho".

Os alunos permaneceram na sala de tecnologia, realizando a pesquisa por aproximadamente quarenta e cinco minutos. Após o término da pesquisa, ainda na sala de tecnologia, realizei novamente os questionamentos já feitos aos alunos:

1 - Como a chuva ocorre?

2 - Quais as etapas do ciclo da chuva?

3 - Como é feita e medição da chuva?

4 - Qual instrumento é utilizado para aferir a medida da chuva?

5 - Qual unidade de medida é utilizada para medir a chuva?

Assim verifiquei que as respostas não estavam mais carregadas de incertezas e evasivas.

2º Momento (03 aulas de 50 min): nesta etapa do trabalho, solicitei aos alunos que se deslocassem até a estação meteorológica de Paranaíba - MS, no contra turno, para conhecê-la e também para que fizessem as seguintes observações: “1 - como é feita a medição da chuva; 2 - qual a unidade de medida utilizada; 3 - para onde vão e para que os dados são coletados”. Alguns alunos prontamente se colocaram à disposição e outros sinalizaram que não poderiam realizar a observação pois residiam no meio rural e dependiam do transporte escolar para voltar para suas residências. Não fiz a contagem exata de quantos alunos se disponibilizaram ou não para ir à estação, apenas compreendi a situação relatada naquele momento e, como solução, propus a realização de uma votação onde os três alunos mais votados ficariam responsáveis de fazer as observações e posteriormente repassar aos demais e, dessa maneira, todos aceitaram.

Após a votação, os alunos formularam os questionamentos para que fossem respondidos durante a visita na estação meteorológica:

1 - Qual instrumento utilizado para realizar a medição da quantidade de chuva?

2 - Qual a unidade de medida utilizada na medição?

3 - Para aonde vão os dados coletados?

4 - Qual a necessidade de medir a quantidade de chuva?

O tempo gasto da minha explicação sobre os dados que eles teriam que levantar até a formulação dos questionamentos foi de aproximadamente sessenta minutos.

Após várias tentativas, algumas delas frustradas, de conhecer a estação meteorológica, os alunos eleitos obtiveram as respostas para suas perguntas:

1 - O instrumento utilizado pela estação meteorológica de Paranaíba – MS é o pluviômetro.

2 - A unidade utilizada para a medição é o milímetro (mm).

3 - Os dados são coletados duas vezes por dia e encaminhados para o distrito meteorológico do INMET (Instituto Nacional de Meteorologia) com sede em São Paulo - SP.

4 - A medição da quantidade de chuva se faz necessária para: plantação e dimensionamento de galerias pluviais.

Algumas informações adicionais que foram fornecidas aos alunos: “o telefone distrito meteorológico com sede em São Paulo (11) 5051-5700 e o site do INMET para pesquisas sobre índices pluviométricos de todas as regiões do Brasil”.

No que se refere às tentativas frustradas, os alunos relataram que conseguiram fazer contato com os responsáveis após três tentativas. Nas duas vezes iniciais em que foram até a estação, o local estava com mato muito alto e não conseguiram nem aos menos visualizar o instrumento. Foi solicitado que voltassem em uma data futura, e, na quarta vez no local, foram atendidos por uma pessoa que lhes forneceu todas as informações acima relatadas, inclusive as informações adicionais.

Após o levantamento dos dados, os alunos eleitos fizeram a socialização do que observaram durante a visita, inclusive das dificuldades vivenciadas para conseguir visitar o local. A socialização se deu por meio de perguntas e respostas, e durou cerca de sessenta minutos.

3º Momento (03 aulas de 50 min): inicialmente, ministrei uma revisão sobre cálculo de área, explicando aos alunos que calcular a área do telhado nada mais era do que calcular a área de um retângulo, e a sua área é obtida multiplicando a base pela altura, conforme esquema:

$$\textit{Área}_{(\textit{retângulo})} = \textit{base (b) X altura (h)}$$

Como não possuíamos as dimensões dos telhados, foi mencionado que necessitaríamos realizar um trabalho de campo para colher as dimensões dos telhados de nossa unidade escolar, utilizando a trena, caderno para anotações e giz, pois, como o instrumento de medida possuía apenas cinco metros, necessitaríamos fazer marcações para acumular as medidas. A explicação durou aproximadamente trinta e cinco minutos.

Ministrei, então, uma revisão sobre o Teorema de Pitágoras, e sobre as medidas longitudinais e transversais dos telhados. Foi explicado que a parte longitudinal do telhado poderia ser conhecida utilizando-se apenas a trena. Na explicação teórica, mostrei quais lados do triângulo retângulo representavam os catetos, e o lado que representava a hipotenusa: “Em qualquer triângulo retângulo, o quadrado do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos comprimentos catetos ($a^2= b^2+ c^2$)”. A revisão foi realizada em aproximadamente quarenta minutos.

Para a explicação do modo em que iríamos usar para calcular a medida transversal do telhado, ou seja, a parte inclinada, utilizei a lousa.

Primeiramente, expliquei e identifiquei o triângulo retângulo e os seus elementos, no telhado, falei que, assim como no triângulo retângulo, que tem a hipotenusa e catetos, o telhado também os possuía.

Durante a explicação, utilizei as letras *x, y, z* e *w* para representar: x – altura do chão até o beiral do telhado; y – parte mais alta do telhado até o chão, também chamada de cumeeira; z – comprimento do ponto onde se situa a cumeeira, perpendicular ao chão, até o beiral do telhado; w – elemento vertical no centro da tesoura que vai desde a superfície da linha até a cumeeira.

Depois das devidas identificações, expliquei aos alunos uma forma de como poderíamos medir as dimensões dos elementos do telhado para posteriormente aplicarmos o Teorema de Pitágoras, e prossegui da seguinte forma: “Para encontrarmos a medida *x* necessitaríamos esticar a trena do beiral até o chão, visualizar a medida e anotar; já a medida *y*, precisaríamos nos posicionar, pelo chão, na parte mais alta do telhado e com a ajuda de uma escada levar a trena até a cumeeira e também anotar a medida; a medida *z*, precisaríamos iniciar a medida no limite da parte mais alta do telhado até o beiral, paralelamente ao chão, esticando a trena e fazendo a anotação da medida; a medida *w,* necessitaríamos fazer uma subtração das dimensões *y* e *x*”. Assim, com as medidas *z* e *w* obteríamos os catetos e poderíamos aplicar o Teorema de Pitágoras, e obter a medida transversal do telhado. O tempo gasto para explicação foi de aproximadamente de quarenta minutos.

Por fim, revisando o conceito de “escala”, expliquei aos alunos que “escala” é um valor numérico que pode ser ampliado ou reduzido, dependendo da necessidade. Tal conceito pode ser aplicado na ampliação ou redução de uma distância ou até mesmo de um desenho. Também foi explicado aos alunos que temos três tipos de escalas, a saber: escala natural, escala de ampliação e escala de redução. Sobre a escala natural, expliquei que é quando temos medidas iguais tanto do objeto quanto do desenho e é representada por “ESCALA 1:1 – lê-se: escala um para um”. Na escala de ampliação, expliquei que as medidas do desenho são maiores que as do objeto, e é representada por “ESCALA X:1 – lê-se: escala x para um”. E, na escala de redução, falei que as medidas do desenho são menores que as do objeto, e é representada por “ESCALA 1:X – lê-se: escala um para x”, onde “x” representa quantas vezes podemos ampliar ou reduzir o desenho, e o sinal “:” representa uma razão. Outra explicação dada aos alunos foi a respeito da unidade de medida que, tanto do objeto quanto do desenho, devem ser a mesma para que possam ser ampliadas ou reduzidas na mesma proporção. Durante a explicação, foram gastos aproximadamente trinta e cinco minutos.

4º Momento (3 aulas de 50 min): dando continuidade às revisões, deslocamo-nos até a STE (sala de tecnologia educacional), solicitei o computador interativo enquanto os alunos puderam acompanhar as explicações e reproduzir nos computadores alguns comandos. Tais comandos foram executados a partir da planilha eletrônica de cálculos, também chamada de “calc”. Dentre os comandos por mim explicados e reproduzidos pelos alunos estavam: editar fonte das células, localizar as células, mesclar e centralizar células, adicionar bordas e fórmulas nas células, construir gráficos de barras, etc. Utilizei cerca de trinta minutos para as explicações.

Após as explicações iniciais sobre a planilha eletrônica de cálculos, sugeri que os alunos me acompanhassem no desenvolvimento de algumas atividades, onde eu utilizei o computador interativo e os alunos os computadores disponíveis na sala de tecnologia. A atividade foi: confeccionar uma planilha similar à que os alunos posteriormente deveriam desenvolver.

Na primeira atividade, solicitei que inserissem, horizontalmente, os meses de janeiro a dezembro, e colocassem como título “precipitação”. Logo abaixo de cada mês, solicitei que inserissem os valores.

Na segunda atividade, foi proposto aos alunos que selecionassem quatro células e utilizassem o comando “mesclar e centralizar” e posteriormente colocassem o título “área de contribuição m²”.

Na terceira parte da atividade, pedi aos alunos que colocassem verticalmente os meses do ano e, horizontalmente, utilizando quatro células, inserissem nomes para quatro pavilhões, e dei como sugestão: “pavilhão um, pavilhão dois, pavilhão três e pavilhão quatro”, e pedi, também, que os alunos nomeassem a planilha como “volume”.

Na última parte da atividade, solicitei aos alunos que simulassem os cálculos, por meio da inserção de fórmulas na planilha eletrônica, dos volumes de cada pavilhão. Expliquei que eles deveriam multiplicar a precipitação pela área de contribuição, e dividir o resultado por mil, pois a precipitação estava com unidade de medida em milímetros, e a área dos telhados, em metros quadrados.

Nesta etapa, os alunos realizaram as coletas das dimensões dos telhados da unidade escolar, suas respectivas áreas e o dimensionamento do reservatório.

Após a realização das revisões, os alunos iniciaram a coleta das dimensões dos pavilhões da unidade escolar. Durante a coleta, foram utilizados os seguintes materiais: trena de cinco metros, giz, escada e caderno para anotações. Na entrega do memorial de cálculo, que foi solicitado pelo professor, foram observados os seguintes pontos: localização e representação do triângulo retângulo no telhado, aplicação do Teorema de Pitágoras, coleta das dimensões longitudinais e transversais dos pavilhões, representação do telhado com linha tracejada, indicação da caída d’água, nomeação de cada um dos pavilhões, cálculo da área de cada pavilhão, escolha de uma escala adequada para representação no papel. Nesta etapa, o professor acompanhou a coleta de dados e fez interferências somente no âmbito disciplinar, pois os alunos estavam passando por salas que se encontravam em aula, onde o professor solicitou silêncio para não atrapalhar as aulas em andamento.

Após a conclusão e entrega do memorial de cálculo e, de posse de todas as dimensões da escola, na sala de aula, distribuí as atividades e solicitei que os alunos se dividissem em quatro grupos, iniciando assim a confecção da planilha de cálculo que resultaria no volume do reservatório.

Após a organização dos grupos, os alunos, com a atividade em mãos, fizeram alguns questionamentos:

1 - Onde conseguimos os valores médios mensais de chuva da nossa cidade?

2 - Qual volume devemos considerar na demanda mensal de água?

3 - Devemos utilizar os telhados de toda escola?

4 - Para encontrarmos os volumes mensais resultantes devemos multiplicar a precipitação com a área do telhado?

5 - Para que devemos fazer a diferença entre o volume de consumo e os valores das chuvas mensais?

6 - Para que devemos somar os valores acumulados?

Aos questionamentos feitos pelos alunos, respondi que: “1 - dados coletados na estação meteorológica; 2 - vocês devem se deslocar até o setor administrativo da escola e solicitar; 3 - fica a vosso critério; 4 - sim; 5 - para saber se temos água sobrando ou faltando; 6 - os valores somados acumuladamente são referentes aos meses críticos, é quando temos demanda maior que a oferta, assim, somando os meses críticos, poderemos ter um reservatório com volume para nos atender o ano todo”. Os critérios observados para avaliação foram: “preencher todos os itens da atividade com os cálculos corretos”.

Após a confecção da planilha que resultou na capacidade do reservatório, solicitei aos alunos duas atividades finais: “1 - digitar os dados contidos na planilha feita manualmente, na planilha eletrônica de cálculos; 2 - desenhar o reservatório, na malha quadriculada, escolhendo suas dimensões de acordo com seu volume”.

Os critérios observados para avaliação das atividades foram:

- Atividade 1: inserção de bordas, mesma fonte para toda planilha, dados centralizados, inserção de fórmulas e criatividade.

- Atividade 2: cálculo das dimensões, representação da forma geométrica na malha quadriculada, escolha da escala, representação das dimensões, criatividade.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Dois pontos negativos a serem observados no momento foram: o número insuficiente de computadores em funcionamento, e internet com nível baixo de velocidade na sala de tecnologia educacional, pois, com computadores suficientes, os alunos não teriam necessidade de se revezarem, e com internet de qualidade poderiam ter concluído a pesquisa em menos tempo.

Na execução das atividades propostas no segundo momento, os alunos venceram todas as adversidades não previstas, que foram a dificuldade em visitar a estação meteorológica e se comunicarem com as pessoas responsáveis.

Após a avaliação do memorial de cálculos, os alunos confeccionaram manualmente uma planilha, que resultou no volume do reservatório utilizado para a captação da água da chuva.

Na atividade 1, realizada pelos grupos 1 e 2, o que mais chamou a atenção foi o acréscimo de vinte por cento na capacidade do reservatório. Tal acréscimo foi justificado pelos alunos como uma compensação pela perda que a evaporação provocaria no volume do reservatório.

Os trabalhos foram devolvidos com as devidas sugestões feitas pelo professor, e os alunos puderam fazer as correções e observar seus erros.

REFERÊNCIAS

ONUCHIC, L. de L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema-Mathematics Education Bulletin**, p. 73-98, 2011.

8 UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA O ENSINO DE PORCENTAGEM, REGRA DE TRÊS SIMPLES, JUROS SIMPLES E COMPOSTO

Vanderley Inácio Gonçalves[18]
Irene Magalhães Craveiro[19]

INTRODUÇÃO

Na educação, os temas devem ser voltados para a resolução de problemas e para a criação de novas soluções, utilizando-se o material historicamente construído e o raciocínio. As finalidades do ensino de matemática, no nível médio, indicam como objetivos levar o aluno a:

- Compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
- Aplicar seus conhecimentos matemáticos às situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- Analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;
- Desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
- Utilizar com confiança, procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos.

A avaliação é um dos elementos de destaque entre os desafios que Stanic e Kilpatrick (1989) apontam para os educadores matemáticos, que são:

18 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.
E-mail: vanderagua01@gmail.com.
19 Professora doutora na Universidade Federal da Grande Dourados.
E-mail: irenecraveiro@ufgd.edu.br.

assegurar matemática para todos, promover a compreensão dos estudantes, manter o equilíbrio no currículo, fazer da avaliação uma oportunidade para aprender e desenvolver a prática profissional.

A própria avaliação deve ser também tratada como estratégia de ensino, de promoção do aprendizado matemático. A avaliação pode assumir um caráter eminentemente formativo, favorecedor do progresso pessoal e da autonomia do aluno, integrada ao processo ensino-aprendizagem, para permitir ao aluno a consciência do seu próprio caminhar em relação ao conhecimento, e consentir ao professor controlar e melhorar a sua prática pedagógica.

No atendimento ao disposto nos Parâmetros Curriculares Nacionais, no Ensino Médio, a matemática não deve ser vista apenas como pré-requisito para estudos posteriores. É preciso que o ensino da disciplina esteja voltado à formação do cidadão, que utiliza cada vez mais conceitos matemáticos em sua rotina. Ao acompanhar uma pesquisa eleitoral, calcular o salário, escolher um tapete para a sala, utilizar um computador ou até mesmo ao comprar pãezinhos na padaria as pessoas aplicam conceitos numéricos, fazem operações, calculam medidas e utilizam raciocínios lógicos. São habilidades que devem ser adquiridas já nas primeiras séries escolares.

Por estar tão presente no cotidiano, a matemática dá ao professor a chance de desafiar seus alunos a buscarem soluções para questões que enfrentam na vida diária. Apresentar conceitos que exigem apenas decorar é a maneira menos eficaz de tratar a disciplina. Pensando nisso, elaboramos uma proposta de trabalho que faz uso da metodologia de ensino-aprendizagem de matemática por meio da resolução de problemas. Nessa proposta, o aluno será o autor principal do trabalho, cabendo ao professor ser um orientador na produção dos conceitos que serão introduzidos por meio de problemas geradores.

Inicialmente, iremos apresentar o planejamento da proposta de trabalho, dividida em etapas, sugerida pela metodologia de resolução de problemas. Após a descrição desse planejamento, iremos relatar a execução dessa proposta em uma turma do primeiro ano do ensino médio, no período matutino. Os resultados observados pelo professor durante esse processo serão relatados e comparados com turmas de anos anteriores, nos quais esse conteúdo foi ministrado de outra forma, ou seja, o conteúdo é formalizado primeiro e, em seguida, exercícios de fixação são sugeridos como atividades.

O PLANEJAMENTO DA AULA

Um dos aspectos fundamentais que rege as mudanças educacionais e estimula as diferentes pesquisas em educação é o fato de se buscar desenvolver nos alunos a capacidade de construir o conhecimento por meio dos problemas do dia a dia. A Matemática Financeira está presente no cotidiano do aluno, como, por exemplo, em problemas de vendas à vista e a prazo (com ou sem parcelamento). Essas situações levam o aluno, enquanto cidadão, a refletir qual é a melhor escolha de compra, de acordo com a sua realidade financeira.

A metodologia de resolução de problemas pode ser de grande utilidade para explorar essas situações. De acordo com Onuchic e Allevato (2011), não há uma forma rígida de se trabalhar a resolução de problemas em sala de aula de matemática. Entretanto, é sugerido um roteiro para auxiliar a prática do professor. Dessa forma, especificaremos cada momento pretendido, contemplando o conteúdo a ser executado, por meio das seguintes etapas:

- ETAPA I: A escolha do problema. Escolhemos dois problemas: o primeiro problema foi retirado do site Matemática Financeira da Profa. Arlete Petry Terra , cujo objetivo é introduzir os conceitos de porcentagem e regra de três simples. O segundo exercício foi elaborado pelo autor, e a partir dele pretende-se introduzir os conceitos de porcentagem, comparação entre juros simples e composto no cotidiano.

Ao elaborarmos os problemas geradores do conteúdo, lembramos que a Matemática Financeira desempenha um papel extremamente importante ao longo das nossas vidas, tendo em vista que vivemos em um sistema em que o financeiro influirá ao longo de toda a nossa existência. Dessa forma, o **problema 1**[20] tem como objetivo identificar e interpretar os conceitos de lucro, preço de custo e porcentagem de acréscimo para venda, bem como de porcentagem e regra de três simples, e o **problema 2**, elaborado pelo autor, tem como objetivo avaliar que o sistema de capitalização simples nem sempre é mais viável do que o regime composto.

Dessa forma, espera-se que o aluno, após buscar estratégias de soluções para o problema 2 (parte 1) e problema 2 (parte 2), possa perceber e descrever por meio de uma análise e de uma comparação, os dois tipos de capitalização (simples e composta), também, que possa descrever suas vanta-

---

20 Disponível em: http://pt.slideshare.net/arpetry/31-exerccios-de-matemtica-financeira?related=1. Acesso em 3 de abril de 2020.

gens, desvantagens e observar se em algum momento os dois tipos de capitalização são equivalentes.

- ETAPA II: No início da aula será entregue uma cópia dos problemas 1 e 2, para que os alunos façam uma leitura individual.

- ETAPA III: Após a leitura individual, serão formados grupos com quatro alunos para a leitura, o entendimento e a interpretação dos problemas de forma conjunta.

- ETAPA IV: Após o entendimento do problema, os grupos iniciarão o desenvolvimento de ideias e estratégias de soluções para os problemas.

- ETAPA V: O professor apenas influenciará os alunos a buscarem ideias em conteúdos estudados anteriormente para conseguirem a prática da construção do raciocínio.

- ETAPA VI: Após o desenvolvimento das questões, os grupos explanarão suas estratégias de resolução dos problemas 1 e 2, na lousa.

- ETAPA VII: Após os grupos concluírem suas ideias de resoluções, os grupos debaterão os diferentes caminhos utilizados para o desenvolvimento das atividades. Os alunos serão convidados pelo professor a defender seus pontos de vista. Nessa plenária, os alunos serão convidados a refletir:

• Por que as pessoas compram em parcelas? Qual a vantagem?

• Qual a vantagem financeira na compra à vista?

• Nos dias de hoje ainda se é usado sistema de capitalização simples, no nosso cotidiano?

• Onde é utilizado no nosso meio o sistema de capitalização composta? Existe alguma vantagem para o consumidor?

• Analisando a aplicação feita por Gabriel e Daniel, podemos analisar que no primeiro ano tanto o sistema simples como o composto possuem o mesmo valor, então os dois são equivalentes?

• A partir do segundo ano, a Aplicação feita por Daniel é mais vantajosa, pois rende juros em cima de juros, obtendo um maior rendimento? Realmente isso acontece?

• Podemos avaliar que o sistema de capitalização composta é muito vantajoso para o aplicador e desvantajoso para o receptor?

- ETAPA VIII: Agora iremos formalizar os conceitos de porcentagem, regra de três, juros simples e compostos, idealizando a ideia de matemática financeira.

A APLICAÇÃO DA AULA

A aula foi iniciada com elucidações aos alunos sobre a metodologia diferenciada a ser utilizada na execução dos conteúdos, o que exigia a colaboração e a participação de todos. Dessa forma, contemplando a etapa I, foram entregues aos alunos, cópias dos seguintes problemas:

Problema 1: Um monitor foi vendido por R$670,00, dando um lucro de R$152,00. Calcule o lucro em porcentagem, sobre o preço de custo e sobre o preço de venda.

a) Perante a venda qual foi o percentual de lucro?
b) Sabendo que o monitor foi vendido por R$670,00, qual foi a porcentagem do inteiro, com preço de custo?
c) Se o monitor no preço à vista obtiver um desconto de 12%, qual será o valor real do produto?
d) Tendo em vista o desconto de 12%, qual será a nova porcentagem de lucro na venda do monitor?

Problema 2 (Parte 1): Sabendo que o aluno Gabriel fez um depósito de R$1.000,00 remunerados a uma taxa de 10% a.a., com juros apurados ao longo de 5 anos:

a) Após 5 anos, qual será o rendimento capitalizado de juros?
b) No quarto mês de rendimento, qual montante de rendimento de Gabriel?
c) Após quantos meses, Gabriel obterá um rendimento de lucro de R$300,00?
d) Terminando o período da aplicação, qual será o montante adquirido por Gabriel?

Problema 2 (Parte 2): Daniel, vendo seu amigo Gabriel fazendo um investimento, também fez um depósito de R$1.000,00 remunerados a uma taxa de 10% a.a. com juros apurados ao longo de 5 anos, porém com taxa de capitalização composta. Construa uma tabela capitalizando os juros dos 5 anos de rendimento.

O professor percebeu que os alunos já tinham um conhecimento de porcentagem e, principalmente, de regra de três simples e dessa forma o cálculo ficou muito mais fácil de fazer.

Porém, no problema 2, houve diversos questionamentos feitos pelos alunos, sendo que alguns grupos tiveram uma maior facilidade para estabelecer estratégias de solução. Por outro lado, houve grupos com dificuldade em interpretar juros compostos, e consideraram juros simples algo mais fácil, pois apresenta sempre o mesmo valor de juros mês a mês, enquanto na capitalização composta identificaram a necessidade de se efetuar o cálculo em todos os meses (juros variáveis) para obter os juros.

No momento em que foi colocada a ideia de equivalência dos sistemas de capitalização, parte dos alunos disse que não haveria vantagem alguma, pois os dois seriam o mesmo valor, entretanto, outra parte dos alunos disse que no primeiro período inteiro realmente seriam equivalentes, mas se resgatassem a aplicação antes de vencer o primeiro período, o sistema simples seria vantajoso.

Na plenária, houve diversas conclusões interessantes. Alguns alunos concluíram que nos dias de hoje praticamente não existe capitalização simples, no comércio, nos bancos e entre outros. Os alunos não conseguiram exibir um exemplo de algum lugar onde a capitalização simples é usada. Quando foi levantado o questionamento do motivo da compra por meio de parcelas, todos chegaram a um denominador comum, que é a praticidade de pagamento, com parcelas menores que cabem no orçamento familiar, mesmo sabendo que não é vantajoso e que perdem dinheiro com juros, mas a prioridade do consumidor é comprar, mesmo perdendo dinheiro.

Ao analisar o pensamento de todos os alunos que participaram do desenvolvimento deste plano de aula, o momento que deixou o professor mais impressionado foi quando o grupo manifestou o desejo de conscientizar a família a juntar dinheiro para realizar compras à vista e economizar dinheiro não pagando juros com compras parceladas.

RESULTADOS

Analisou-se que todos os quatro grupos apresentaram facilidade na resolução no problema 1, nos itens a), b) e c), pois é prático, e foi possível aplicar a regra de três simples, porém, no item d) seria necessário reavaliar o conceito de comparação de porcentagens, tendo em vista a nova porcentagem de desconto, e obtendo assim um novo valor real que estava embutido no problema 1. Mesmo sem saber tal conceito, conseguiram chegar ao resultado esperado.

Com relação ao problema 2, por meio de observações, ficaram evidentes as diferentes formas de resoluções. Os grupos 2 e 3 construíram duas tabelas, tanto na parte 1 quanto na parte 2, utilizando regra de três simples para construí-las e logo após compará-las com mais clareza, vendo suas vantagens, desvantagens e igualdade de valores.

Ainda analisando o problema 2, o grupo 4 não conseguiu concluir completamente a resolução, fazendo apenas os cálculos mês a mês dos valores e não realizou as comparações entre as duas etapas. E o grupo 1 não construiu uma tabela, apenas fez os cálculos dos rendimentos em cada mês, contudo, conseguiram chegar a uma conclusão satisfatória e visualizar a diferença de rendimentos entre a aplicação simples e a composta.

De modo geral, os resultados foram surpreendentes, uma vez que 80% da turma conseguiu reagir muito bem durante as resoluções dos problemas e 20% demonstrou não dominar as quatro operações, a regra de três simples, a razão e a proporção.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os alunos mostraram-se curiosos e desafiados a solucionar os problemas geradores. Além disso, tiveram uma postura crítica diante dos problemas e manifestaram essas opiniões na plenária, momento em que vários questionamentos foram sugeridos pelo professor.

Mediante os resultados obtidos com a aplicação da proposta de trabalho, pudemos constatar que os objetivos foram atingidos. A metodologia de ensino-aprendizagem de matemática por meio da resolução de problemas favoreceu a realização de um trabalho centrado na atividade do aluno, ou seja, o aluno foi o protagonista na construção dos conceitos por meio dos problemas geradores.

Comparando-se essas aulas com aulas ministradas sobre o mesmo conteúdo em anos anteriores, em que primeiramente era formalizada a teoria, seguida da aplicação de exercícios de fixação, percebe-se que os resultados foram diferentes. Nesta metodologia, os alunos costumam ficar apáticos e desmotivados. Ao formalizarmos o conteúdo, porém, prestam mais atenção; supõe-se que isso ocorra pelo fato de os alunos estarem presenciando uma situação real, e em seguida associando essa situação com outra, abstrata.

REFERÊNCIAS

ONUCHIC, L. de L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema-Mathematics Education Bulletin**, p. 73-98, 2011.

STANIC, G.; KILPATRICK, J. Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. **The teaching and assessing of mathematical problem solving**, v. 3, p. 1-22, 1989.

9 UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA O ENSINO DO CÁLCULO DE ÁREA E VOLUME DE PRISMAS E CILINDROS

Claudemar Frederice [21]
Irene Magalhães Craveiro [22]

INTRODUÇÃO

De acordo com Eves (1997), os egípcios desenvolveram o raciocínio dedutivo, e, por meio da observação e experimentação, contribuíram com diversos princípios e propriedades inerentes da geometria na medição de formas e na comparação dos resultados. Esse conhecimento empírico permitiu a eles a resolução de problemas do traçado de limites, da comparação de áreas, dos projetos de arquitetura e da engenharia de construções. Por outro lado, tais princípios, obtidos empiricamente pelos egípcios, só foram formalizados pelos gregos, e a essa forma abstrata de conhecimento, deram o nome de Geometria, que significa medida de terra. Ou seja, da experiência partiram para a construção de leis e, agora, por meio da Resolução de Problemas, tentamos fazer com que a Geometria se aplique novamente da teoria à prática.

Nesse trabalho, relatamos a experiência docente durante três aulas ministradas para alunos do 1º ano do ensino médio em uma Escola Estadual de Mato Grosso do Sul, em que se fez uso da metodologia de ensino-aprendizagem de matemática por meio da Resolução de Problemas, envolvendo cálculo de área e volumes de cilindros e prismas, além de unidades de medidas de áreas e volumes. O propósito foi estabelecer conexão com unidades de medidas, fazer comparações com objetos simples, presentes no dia a dia, por exemplo, recipientes utilizados para armazenar alimentos ou outras substâncias presentes em casa, ou nas prateleiras de supermercados. O planejamento inicial da aula teve por objetivo conduzir os alunos à reflexão e à associação de significados que são muito abstratos, mas que podem ser reproduzidos por meio de exemplos práticos.

---

21 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.
E-mail: claudemar123@hotmail.com.

22 Professora doutora na Universidade Federal da Grande Dourados.
E-mail: irenecraveiro@ufgd.edu.br.

Segundo a BNCC (BRASIL, 2018), o ensino de Matemática deve garantir, por meio de conjecturas e indução, que os alunos aprendam a resolver problemas em uma diversidade de contextos, com estímulo ao raciocínio lógico e crítico, garantindo o aprendizado. É importante estimular habilidades de leitura para interpretação dos fatos, pois a matemática não é apenas cálculos. O trabalho com a Resolução de Problemas possibilita que os alunos ampliem seus conhecimentos e desenvolvam a capacidade de pensar e conhecer as aplicações da matemática. Essa metodologia auxilia na compreensão de conceitos, processos e técnicas matemáticas, fazendo com que os alunos utilizem seus conhecimentos matemáticos já adquiridos e desenvolvam a capacidade de administrar as informações ao seu redor.

> Apesar de a Matemática ser, por excelência, uma ciência hipotético-dedutiva, porque suas demonstrações se apoiam sobre um sistema de axiomas e postulados, é de fundamental importância também considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática. (BRASIL, 2018, p. 267).

Ressalta-se a importância de o aluno compreender a matemática pelo próprio raciocínio na resolução de problemas. Para isso, o professor precisa ter clareza da importância da mediação do processo ensino-aprendizagem, questionar os alunos de forma especulativa, oportunizar a manifestação das ideias dos educandos que, assim, poderão formar seus próprios conceitos sobre como e o que deve ser feito para resolver os problemas propostos de forma positiva e correta.

> Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. (BRASIL, 2018, p. 11).

O PLANEJAMENTO DA AULA

Os conteúdos de Geometria são ricos de exemplos presentes em nosso cotidiano; dessa forma, introduziu-se o trabalho pedagógico com a chamada Etapa Zero, que consiste na apresentação de diversos objetos para desenvolver a noção intuitiva de “volume”. Apresentaram-se diversas embalagens, por exemplo, embalagens de tetra pak, latas de óleo e garrafas pet de 1 litro, para comparar as diferenças no formato e na capacidade de armazenamento, ou seja, no volume. Também foram usados cubos cujas arestas medem 2,5 cm, e seringas descartáveis, para ver quantos ml cabem dentro do cubo, e fazer a comparação do volume em ml e cm^3.

Já na Etapa Um, foram elaborados três problemas que figuram uma situação real, com o objetivo de introduzir os conceitos de área e volume de prismas e cilindros, além disso, interpretar diferentes unidades de medidas de área e volume.

Na elaboração dos problemas geradores do conteúdo, verificou-se que o conceito de volume está presente em nosso cotidiano, basta observar recipientes de diversos formatos que comportam a mesma quantidade de certa substância, por exemplo, sólidos na forma de prismas. Além disso, observou-se que algumas embalagens são construídas com o objetivo de proteger as substâncias que comportam. Também se pode considerar o custo para sua confecção e, dessa forma, minimizar as perdas com os materiais para a produção das embalagens, o que é uma questão importante. O cálculo da área total de um sólido e de seu volume é de suma importância.

O problema 1 foi elaborado com o objetivo de determinar a fórmula do volume do prisma, usando como referência o cubo unitário e, aliás, explorar as diferentes unidades de medida. O problema 2 teve como objetivo determinar a área total de um bloco retangular e caracterizar seu volume em diversas unidades de medida, explorando a transformação de unidade de medida por meio da regra de três. Finalmente, o problema 3 foi elaborado para trabalhar com área e volume de cilindros, que envolva uma possível situação real do cotidiano.

Etapa Dois: No início da aula, foi entregue uma cópia dos problemas 1, 2 e 3, para que os alunos fizessem uma leitura individual das questões propostas.

Etapa Três: Após a leitura individual, formaram-se grupos de 3 a 4 alunos e solicitou-se uma nova leitura, em grupos.

Etapa Quatro: Após o entendimento do problema referente ao seu enunciado, deu-se início à busca de estratégias para a solução dos problemas 1, 2 e 3.

Etapa Cinco: Essa etapa foi de retomada dos conteúdos trabalhados nas etapas anteriores, em trabalho colaborativo. Além disso, os conhecimentos de outros conteúdos de anos anteriores foram incentivados.

Etapa Seis: Encerradas as discussões dos problemas 1, 2 e 3, representantes dos grupos registraram na lousa a resolução dos seus problemas, socializando as experiências na aprendizagem.

Etapa Sete: Nesse estágio, escolheram-se diferentes resoluções registradas na etapa anterior, e os alunos puderam defender seus pontos de vista, como:

- Vocês observaram que medir é comparar?
- A lata de óleo comporta a mesma quantidade de água que a embalagem de tetra pak? O que significa este fato?
- É importante construir uma embalagem pensando no seu formato e com gasto mínimo de material? Como é feito o cálculo desse material para construir uma embalagem?
- Imagine um objeto que apresente forma diferente da embalagem de tetra pak e da lata de óleo, mas com a mesma quantidade de líquido. Descreva esse objeto e como você calcularia a área total dele?
- Qual a unidade de medida de certos recipientes que comportam alimentos, produtos de limpeza e outros que se encontram nos supermercados?
- Se há uma promoção de um determinado produto você compara o preço com outra marca? Você lê a quantidade que tem nos recipientes antes para ver se a promoção vale a pena?

Etapa Oito: Buscou-se um consenso sobre o resultado correto para os problemas.

Etapa Nove: Formalizou-se o conceito de volume de um cubo unitário e, a partir daí, foram estabelecidas as fórmulas para o cálculo de volumes de um prisma qualquer e do cilindro. Estabeleceu-se o procedimento para o cálculo da área total dos prismas e do cilindro. E também foi reforçada a conversão de unidades de volume e de áreas, de uma para outra.

APLICAÇÃO DA AULA

Na Etapa Zero, os alunos foram levados para a apresentação de: caixa tetra pak de leite de 1 litro, cubo mágico, cujo vértice mede 5 cm, régua, caixa de sapato de 20 cm x 16 cm x 10 cm, seringa descartável de 60 ml e garrafa pet de água sanitária de 1 litro. Após a apresentação dos objetos, o professor fez as seguintes perguntas: "Como se faz para calcular volume de prisma, cubo e cilindro? Como calcular área de retângulos? Sabem relacionar as unidades de volume como: litro para ml, litro para cm^3, cm^3 para ml, m^3 para litros?".

A partir desse momento, surgiram novos questionamentos com os objetos nas mãos dos estudantes: "Quantos cubos cabem dentro da caixa de sapato? Quantos retângulos possuem a caixa de sapato? Usando a seringa, quantos ml cabem dentro da caixa de leite; tem diferença de volume quanto às unidades de cm^3 para ml? Há diferença entre a capacidade de armazenamento em relação à caixa de leite quanto à garrafa de água sanitária?". De modo geral, os estudantes se saíram bem no desenvolvimento das atividades, demonstraram um bom conhecimento quanto às unidades de volumes e áreas, nas fórmulas de volumes dos prismas e áreas dos retângulos. Na fórmula do volume e na área do cilindro, eles não apresentaram possuir conhecimento, pois usaram a fórmula para realizar o cálculo. Entretanto, sabiam que a capacidade de armazenamento entre a caixa de leite tetra pak e o recipiente da água sanitária era a mesma.

Figura 1 - Caixa de leite tetra pak de 1 litro, caixa de sapato de 20 cm x 16 cm x 10 cm, régua, cubo mágico, água sanitária de 1 litro e seringa descartável de 60 ml

Fonte: Autores.

No segundo dia, com as atividades já elaboradas e impressas (Etapa Um), foram entregues cópias dos seguintes problemas para cada aluno, contemplando a Etapa Dois:

Problema 1: Ana vai fazer pães de mel para distribuir como lembrancinhas no final de uma festa, que vai acontecer na faculdade em que cursa Gastronomia. Os pães de mel terão formatos de cubinhos de 5 cm. E para embalar os pães de mel, dispõe de 3 caixas retangulares com as seguintes medidas:

- caixa retangular 1 – 10 cm x 15 cm x 30 cm.
- caixa retangular 2 – 15 cm x 20 cm x 20 cm
- caixa retangular 3 – 20 cm x 25 cm x 10 cm

a) Se cada pão de mel tem o formato de um cubo, cuja aresta mede 5 cm, então quantos pães irão caber dentro da caixa 1?

b) Tendo calculado a quantidade de pães de mel que cabem na caixa 1, qual o volume da mesma em cm^3 e em litro?

c) Dentre as três caixas, qual comporta maior quantidade de pães de mel? A caixa que comporta maior quantidade de pães de mel é também a que tem maior volume em ml?

Problema 2: Uma indústria fabrica caixinha de tetra pak com as seguintes medidas: $15{,}5 \times 9{,}5 \times 6{,}4\ cm^3$.

a) Quantos retângulos têm a superfície da caixinha?

b) Qual a área de cada retângulo? E a área total da caixa em m^2 e cm^2?

c) Qual o volume da caixa em cm^3, ml e litro?

Problema 3: Um determinado barril, com seu formato cilíndrico, é usado no transporte de combustível para alimentar o forno de uma termoelétrica, que gera eletricidade para abastecer vinte casas de um povoado em Mato Grosso do Sul.

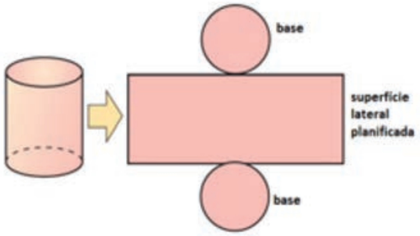
Figura 2 - barril de combustível

Fonte: Tambor de petróleo (2020).

a) Sabendo que ele tem *100 cm* de altura e raio igual a *25 cm* como mostra a Figura 2, qual a capacidade de armazenamento do barril de combustível em litros?

b) A superfície do cilindro é formada por duas partes planas, que são as bases, e uma parte não plana, como mostra a Figura 3:

Figura 3 - cilindro reto



Fonte: Exercícios sobre volume do cilindro (2011).

Qual a área do barril de combustível das bases e da superfície lateral planificada? E qual a área total?

Na Etapa Três foi solicitada aos alunos a leitura individual dos problemas 1 e 2. Após a leitura individual, os alunos formaram grupos de três integrantes e novamente fizeram a leitura dessas duas atividades, em grupos. Em seguida, na Etapa Quatro, fizeram a atividade 1 e deram início à realização da atividade 2. Nos problemas 1 e 2, o professor percebeu que aproximadamente 90% dos estudantes chegaram ao resultado das questões e que a maioria foi substituindo direto as fórmulas pelos números, por exemplo: na hora de usar a fórmula para calcular o volume de um prisma que é $V_{prisma} = 1 \times c \times h$ (cm^3), não se preocupavam muito em substituir as incógnitas: iam colocando direto os valores $x \times y \times z$.

Alguns alunos, quando foram calcular a quantidade de pães de mel, dados no problema 1, chegaram ao resultado usando o raciocínio do cubo mágico que fizemos no Marco Zero, quando apresentamos diversas embalagens que representam sólidos geométricos (Figura 1), contando quantos cubos cabiam na caixa de sapato. Nesse mesmo dia, foram resolvidos os itens a) e b) do problema 2. Quanto ao item a, não tiveram nenhuma dificuldade, pois conseguiram associar questões respondidas por eles na etapa inicial. Entretanto, no item b, um grupo teve dificuldade em transformar cm^2 para m^2.

No terceiro dia, os alunos fizeram a leitura individual do problema 3 e, em seguida, formaram os mesmos grupos da aula anterior. No término do problema 2, no item c), eles utilizaram a fórmula de volume do prisma e chegaram ao resultado em cm^3 e ml, e depois usando a regra de três ou dividindo direto por mil, chegaram ao resultado em litro.

Cerca de 55% dos alunos chegaram ao resultado na resolução do problema 3. Eles tiveram dificuldades ao tentar usar as fórmulas para calcular o volume e a área de um cilindro. Alguns usavam a fórmula e não colocavam o valor do pi, outros não elevavam ao quadrado o raio do cilindro, ou multiplicavam o raio por 2. Na Etapa Cinco, o professor observava e incentivava os alunos a recordarem conteúdos dos anos anteriores.

Durante essa aula, gastamos boa parte do tempo buscando estratégias para resolver o problema 3, e usamos o restante da aula para que um membro de cada grupo, na Etapa Seis, resolvesse os problemas na lousa. E, novamente, o professor percebeu em que consistia a dificuldade na resolução do problema 3: eles não estavam usando o pi na fórmula e o raio como é elevado à potência dois (r^2); estavam multiplicando o valor do raio por dois, em vez de multiplicar por ele mesmo.

Na plenária (Etapa Sete), foram discutidas as seguintes questões entre professor e alunos:

Vocês observaram que medir é comparar? A lata de óleo comporta a mesma quantidade de água que a embalagem de tetra pak que tem formato diferente? O que significa este fato?

É importante construir uma embalagem pensando no seu formato e com gasto mínimo de material? Como é feito o cálculo desse material para construir uma embalagem?

Qual a unidade de medida de certos recipientes que comportam alimentos, produtos de limpeza, etc., que se encontram no supermercado?

Por que existem diferentes tipos de unidades de medidas, mas com igual sentido, por exemplo, perceberam que 1000 ml é o mesmo que 1000 cm^3?

Observou-se por meio das respostas (Etapa Oito), que eles concluíram por si mesmos que, nos três modelos de caixa para comportar os pães de mel do problema 1, não sobravam espaços exatamente como quantidade de cubos usados para colocar na caixa de sapato. Diante dessa conclusão, o professor aproveitou a oportunidade para contribuir com a seguinte afirmação: "Quando transportamos algum objeto ou material dentro de uma caixa (ou container), é interessante que as medidas sejam de forma que se possa aproveitar o máximo usando o mínimo de material para construir a caixa, pois dessa forma economizamos material, tempo e espaço no transporte. Definindo o volume de um cubo unitário (Etapa Nove), os alunos puderam concluir que dado um cubo qualquer, para calcular o seu volume, basta elevar o valor do seu vértice à terceira potência, não se esquecendo de especificar a unidade de medida com que se está trabalhando. É importante ressaltar o experimento feito pelos alunos na etapa inicial: enchendo uma embalagem de leite tetra pak de água com uma seringa, cuja unidade de medida é expressa em ml, sabendo quanto vale o comprimento, largura e altura (unidade expressa em cm da caixa de tetra pak) dessa caixa, e usando a fórmula de volume do prisma, chegamos ao mesmo resultado em cm^3 e ml, e conclui-se que 1 litro equivale a 1000 ml ou 1000 cm^3.

O conteúdo foi formalizado, e foram propostas atividades extras como tarefas para serem debatidas em aula subsequente, sendo que um representante de cada grupo se incumbiu de redigir tal resolução no quadro.

RESULTADOS

Em todos os momentos, pudemos constatar que os alunos foram os autores principais do trabalho, e o professor, apenas orientador, com o intuito de chegarem à resposta correta. Coube aos alunos analisar as situações, comparar com situações reais e formular suas próprias conjeturas com o direcionamento e mediação do professor.

> O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. De outro lado, o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 81).

O resultado da aplicação dessa proposta de trabalho mostrou-se interessante, relacionada a outras experiências durante o processo de trabalho com o ensino de matemática. Percebeu-se que o rendimento quase atingiu 100% de acertos, como mostra o Quadro 1:

Quadro 1 - Erros e acertos

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Problema: 1		**Dados em %**	
Erros	Acertos	Erros	Acertos
Três alunos erraram na hora de calcular a quantidade de pão de mel. Por exemplo, fizeram o cálculo do volume da caixa 1, que foi de 4500 cm^3 e dividiram esse valor por 5, chegando a 900 pães de mel. Esse valor 5 pegaram do pão de mel que tem o formato de um cubo de 5 cm.	Vinte e sete alunos acertaram essa atividade, mesmo com alguns alunos colocando valores direto para o cálculo de volume. Por exemplo, a caixa 1 tem as seguintes medidas: 10 cm x 15 cm x 30 cm, foram colocando diretamente esses valores, ficando 10 x 15 x 30 = 450 cm^3.	10	90
Problema: 2		**Dados em %**	
Erros	Acertos	Erros	Acertos
Aqui novamente três alunos não conseguiram chegar ao resultado, só lembrando que não são os mesmos da atividade anterior. Na hora de transformar cm^2 para m^2, eles utilizaram a regra de três, contudo colocaram 1 m^2 equivalendo a 1.000 cm^2, ao invés de 10.000 cm^2.	Vinte e sete alunos chegaram ao resultado esperado.	10	90

Problema: 3		Dados em %	
Erros	Acertos	Erros	Acertos
Nesta atividade, 14 alunos não chegaram ao resultado. No cálculo de volume de um cilindro, alguns não se lembravam da fórmula e outros tentavam usá-la, mas se esqueciam de colocar o valor do pi, ou então até mesmo em elevar o valor do raio a potência 2. O mesmo aconteceu no cálculo de área.	Apenas 16 alunos conseguiram chegar ao resultado, mas novamente alguns já iam colocando diretamente os valores para calcular o volume de um cilindro. Por exemplo, Vcilindro = $\pi r^2 h$ 3,14 x 625 x 100 = 196.250 cm^3.		

Fonte: Autores.

A aplicação dessa proposta de trabalho comprovou que as aulas de matemática podem ser mais prazerosas e dinâmicas, em consonância com as necessidades do alunado. A partir de outras configurações, pretende-se trabalhar e executar metodologias cada vez mais inovadoras. Para a proposta descrita nesse trabalho, fizemos a correção do total de aulas: em vez de se utilizar 3, o ideal foram 4 horas-aula.

A aula inaugural foi apenas para a apresentação, com um jogo de objetos distribuídos para cada grupo, a fim de que todos pudessem manusear os mesmos. Questionamentos como, por exemplo: "Quantos ml cabem dentro de uma caixa tetra pak? Quantos cubos cabem dentro de uma caixa de sapatos?" tornam interessantes os significados dos conceitos que serão aí introduzidos.

Comparando-se essas aulas com outras ministradas sobre o mesmo conteúdo em anos anteriores, em que primeiro a parte teórica era formalizada aos alunos, em seguida, diversos exercícios de fixação eram propostos, percebe-se que os resultados foram diferentes. Nesta situação de aula, os alunos costumam ficar apáticos e desinteressados em participar das questões.

Por outro lado, quando apresentamos antes os diversos sólidos por meio de embalagens e recipientes que são manuseados comumente no dia a dia dos alunos, eles se apresentam mais motivados e receptivos em tentar resolver os problemas e desafios propostos. Ao formalizar o conteúdo, prestam mais atenção, devido ao fato de estarem presenciando uma situação real e, em seguida, associando essa situação com outra, que é abstrata.

Pretende-se dar continuidade ao trabalho com esta turma no 2º ano, inserindo-se cálculo de volume de esfera, pirâmide e cone, aumentando a quantidade de aulas para aplicar o plano de aula, e levando um jogo de objetos para cada grupo. E para a turma do 1º ano, no ano seguinte, que se encontra no 9º ano do ensino fundamental, continuar com a mesma metodologia, aumentando também a quantidade de objetos para fazerem comparações entre unidades de medidas de volume e de área.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular:** Ensino Médio. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

EVES, H. **Geometria:** tópicos de história da matemática para uso em sala de aula. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1997.

EXERCÍCIOS SOBRE VOLUME DO CILINDRO. **Matemática Simples**, 23 de nov. de 2011. Disponível em: <http://amatematicasimples.blogspot.com/2011/11/exercicios-sobre-volume-do-cilindro-9.html>. Acesso em: 22 de mai. de 2020.

ONUCHIC, L. De La R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema-Mathematics Education Bulletin**, p. 73-98, 2011.

TAMBOR DE PETRÓLEO. **Tecnoblog.** Disponível em: <https://www.pngwing.com/pt/free-png-zozba>. Acesso em: 22 de mai. de 2020.

10 CONSTRUINDO O CONCEITO DE PROGRESSÃO ARITMÉTICA POR MEIO DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Sara Belido Silva Coelho[23]
Selma Helena Marchiori Hashimoto[24]

INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta a aplicação de uma aula diferenciada, cujo objetivo foi utilizar as contribuições que a Metodologia de Resolução de Problemas proporciona para os processos de ensino e aprendizagem de Progressões Aritméticas (P.A.), para alunos do segundo ano do ensino médio.

Em meio a uma realidade em que exercícios memorizáveis se fazem predominantes nas salas de aula e os alunos seguem mecanismos de aplicação de fórmulas, o que um problema contextualizado na realidade em que vivem pode despertar em nossos alunos? A pesquisa realizada norteou-se nessa perspectiva.

A escolha do tema fundamentou-se na inquietação da pesquisadora, professora da rede estadual de ensino do Mato Grosso do Sul, sobre os padrões de exercícios propostos pelos livros didáticos que, muitas vezes, trazem exercícios engessados, com um padrão técnico, sem a preocupação com o pensar matemático, para além da falta de contextualização.

Neste contexto, o presente trabalho vem relatar a experiência do uso da metodologia de Resolução de Problemas no ensino de progressão aritmética (P.A.), e demonstrar como um problema pode despertar o interesse dos alunos, motivando-os a terem o pensar matemático, utilizando suas próprias estratégias.

23 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio. E-mail: sara-sag@hotmail.com.
24 Professora doutora na Universidade Federal da Grande Dourados.
E-mail: selmahashimoto@ufgd.edu.br.

PLANEJAMENTO E APLICAÇÃO DA AULA

O presente estudo teve como foco a aplicação de um problema para uma turma de 2º ano do ensino médio, do período noturno, de uma escola estadual, situada no distrito de Indápolis, na cidade de Dourados/MS. A clientela dessa escola é composta por alunos que moram no próprio distrito e em distritos adjacentes. A referida classe foi cedida pelo professor regente da turma para a aplicação do problema. Em acordo com o professor, foram cedidas 2 horas/aulas para o desenvolvimento da atividade proposta na pesquisa inicial.

Para a realização deste trabalho, as 2 horas/aula foram utilizadas da seguinte maneira: a primeira aula foi utilizada para introduzir o conteúdo de Progressão Aritmética para os alunos; para isso, foi apresentado um problema envolvendo Progressão Aritmética, e os alunos ainda não haviam visto o conteúdo; o problema trouxe a proposta de ser resolvido de forma intuitiva, e com os conhecimentos que os alunos já possuíam. Foi lido pela professora-pesquisadora para toda a turma, sem muitos comentários, tomando-se o devido cuidado para que não influenciasse o caminho a ser percorrido por cada um para a resolução do mesmo.

O problema foi pensado e criado de acordo com a realidade dos alunos, uma vez que a faixa etária da turma é de adolescentes, supostamente usuários de redes sociais, e, segundo Vianna (2002), para uma boa execução de um determinado problema, o mesmo necessita estar diretamente ligado ao cotidiano do sujeito que está envolvido em sua resolução; assim, o problema de fato será considerado como um problema.

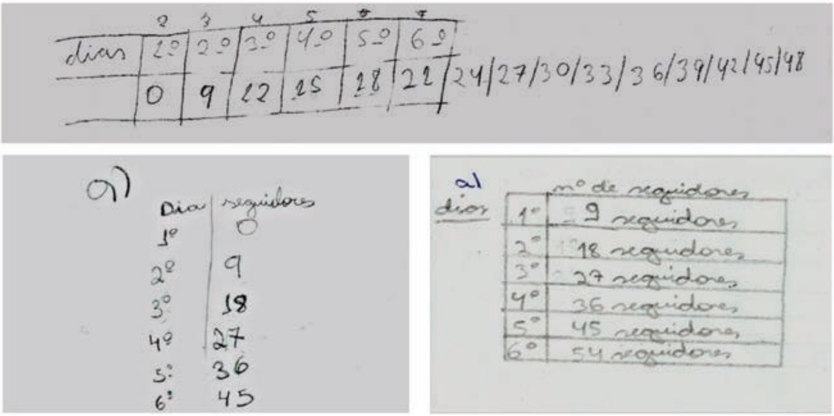
"No último dia 2, Marcela completou 15 anos e fez uma festa para comemorar seu aniversário, quando tirou várias fotos. Ela queria publicar essas fotos para seus amigos e familiares. Para isso, criou uma conta em uma rede social de compartilhamento de fotos, chamada *Instagram.* No primeiro dia no *Instagram* ela tinha 0 seguidores. Após um dia, já tinha 9 seguidores e após 2 dias, já eram 18 seguidores. Considerando que o crescimento dos seguidores permaneça constante:

a) Construa uma tabela com o número de seguidores até o 6º dia.
b) Existe algum padrão formado pelo número de seguidores em relação aos dias?
c) No 15º dia, quantos seguidores Marcela terá?"

Após a leitura do problema, cada aluno tentou resolvê-lo individualmente, com o auxílio da professora, quando necessário.

O primeiro item fazia com que os alunos construíssem uma sequência aritmética, mesmo eles não tendo estudado o conteúdo ainda. Esperava-se que os alunos compreendessem que, no 1º dia, tinha-se 0 seguidores, e aumentavam-se 9 seguidores a cada dia.

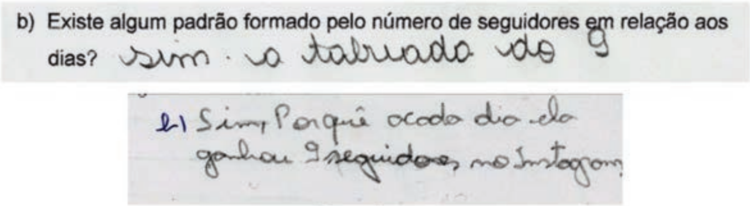
Figura 1 - Resoluções dos alunos no item (a)



Fonte: Autores.

Já no item (b) a questão instigava os alunos a observarem se existia alguma relação ou algum padrão na sequência feita por eles na resolução do item (a).

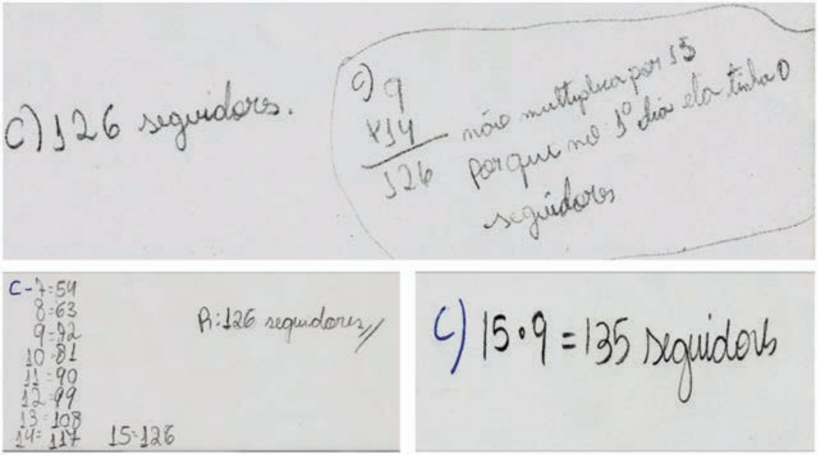
Figura 2 - Resoluções dos alunos no item (b)



Fonte: Autores.

Por fim, o item (c), possivelmente o item com mais erros e em que os alunos apresentaram maiores dificuldades. Este pedia aos alunos que informassem quantos seguidores Marcela teria no 15º dia, no *Instagram*, e a maioria dos alunos multiplicou 15 por 9. Provavelmente, analisaram que a sequência alternava de 9 em 9.

Figura 3 - Resoluções dos alunos no item (c)



Fonte: Autores.

Portanto, analisando as soluções, percebem-se diferentes raciocínios, uns certos, outros não, mas, muitas vezes, o caminho é mais válido do que a resposta final.

CONCLUSÃO

Esta investigação se propôs a trabalhar o conteúdo de Progressão Aritmética com a metodologia de Resolução de Problemas. Por meio deste trabalho foi possível perceber que, mesmo sem a manipulação e o acúmulo de fórmulas, é possível trabalhar matemática e resolver problemas diversos.

A utilização da metodologia de Resolução de Problemas revelou-se eficiente ao longo do trabalho em sala de aula, uma vez que, quando apresentado um problema que incitou o interesse dos alunos, eles se propuseram a tentar resolver da maneira que julgaram mais adequada, dando assim liberdade para o seu pensar matemático, em que cada aluno pôde traçar seu caminho para a resolução do problema.

No início da atividade, alguns alunos questionaram a metodologia empregada, pois esta exigia que tivessem que refletir e raciocinar constantemente para encontrar a solução. Isso acontece, pois, normalmente, os conceitos são trabalhados a partir de definições, fórmulas, exemplos e exercícios, nos quais o professor apenas transmite o conteúdo e o aluno reproduz, mesmo sem compreender o que está fazendo.

Da maneira como foi realizada a aula, esse processo foi diferente, visto que os alunos conseguiram resolver o problema sem terem visto a definição de P.A., anteriormente, e mostraram uma participação satisfatória na realização da atividade proposta.

Os alunos sentiram a diferença ao trabalharem com essa metodologia, por ser diferente do que estão acostumados. Tiveram que interpretar o enunciado e escolher sua própria estratégia de solução, sem a professora interferir nessa escolha. A maioria dos alunos conseguiu obter sucesso na resolução do problema, e se apropriar da ideia de progressão aritmética; portanto, pode-se considerar que a metodologia de Resolução de Problemas propiciou um ensino e uma aprendizagem significativos.

REFERÊNCIAS

VIANNA, Carlos Roberto. Resolução de problemas. **Temas em educação I: Livro das jornadas**, p. 401-410, 2002.

11 O USO DO TEODOLITO CASEIRO PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO PROCESSO DE ENSINO DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

Oilson Antonio Soares Enciso[25]
João Vitor Teodoro[26]

INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é analisar o uso de material concreto, por meio da metodologia de resolução de problemas, na solução de um problema real, no processo de ensino e aprendizagem de razões trigonométricas. O material concreto utilizado é o teodolito "caseiro", instrumento usado para medir ângulos horizontais e verticais. A proposta para os alunos do segundo ano do ensino médio de uma escola estadual do município de Sonora de Mato Grosso do Sul foi a confecção de um teodolito caseiro e a utilização do mesmo para resolução de um problema real de cálculo de altura por meio das razões trigonométricas.

O ensino de conceitos matemáticos ocorre, muitas vezes, mecanicamente, sem dar significado à aprendizagem do aluno. Desta forma, o ensino de matemática não está contextualizado, o que acarreta alienação histórica. O ensino de trigonometria é muito importante para que os alunos tenham domínio sobre conceitos que pertencem à física e engenharia, porém esse ensino não tem ocorrido com eficiência, pois os alunos têm pouca noção do uso da trigonometria. Uma outra metodologia pode desenvolver no aluno a capacidade de resolver situações desafiadoras, desenvolver estratégias, buscar vários caminhos para solucioná-las à sua maneira, de acordo com sua realidade e raciocínio, tornando-o senhor do conhecimento.

PLANEJAMENTO E APLICAÇÃO DA AULA

Para mostrar aos alunos que é possível aprender o conteúdo de razões trigonométricas contextualizando em seu cotidiano, utilizou-se a resolução de

25 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio. E-mail: oilsonsoares@gmail.com.
26 Professor doutor na Universidade Federal do Triângulo Mineiro. E-mail: joao.magda@gmail.com.

um problema real, dando autonomia ao aluno no processo de ensino e aprendizagem. A pesquisa foi realizada com alunos dos segundos anos “A”, “B” e “C” do ensino médio do período matutino de uma escola estadual do município de Sonora – MS.

Primeira Etapa: aspectos teóricos de razões trigonométricas e suas principais aplicações no cotidiano. As razões (ou relações) trigonométricas estão relacionadas com os ângulos de um **triângulo retângulo**. O triângulo retângulo recebe esse nome pois apresenta um ângulo chamado de reto, que possui o valor de 90°. Temos que saber que, no triângulo retângulo, a hipotenusa é o lado oposto ao ângulo reto e o maior lado do triângulo. Já os catetos são os lados adjacentes e que formam o ângulo de 90°.

Assim, as razões trigonométricas no triângulo retângulo são: seno, que é a divisão do cateto oposto pela hipotenusa; cosseno, que é a divisão do cateto adjacente pela hipotenusa; e a tangente, que é a divisão do cateto oposto pelo cateto adjacente. Em seguida, foi exposto um vídeo (NOVO TELECURSO, 2018), que mostra aos alunos o uso do teodolito, e como podemos medir distâncias inacessíveis, com vários exemplos.

Segunda Etapa: Nesta etapa foi proposto que os alunos realizassem a pesquisa sobre o que é o teodolito e que, em grupo de quatro integrantes, construíssem um teodolito caseiro. Foi dada toda liberdade aos alunos para que realizassem a pesquisa e construíssem o modelo de teodolito caseiro que preferissem. Teriam que registrar todas as etapas da construção em fotos e vídeos.

Terceira Etapa: Após a construção do teodolito caseiro, foi proposta uma atividade sobre a resolução de um problema real, presente no cotidiano. Desta forma, a atividade foi realizada fora da sala de aula. Desafio: Obter a altura de um poste, uma árvore, uma casa ou outro item de escolha dos alunos. O objetivo foi trabalhar razões trigonométricas no triângulo retângulo. Para realizar o cálculo da altura, o aluno teve que medir a distância da base do teodolito até o objeto e, em seguida, utilizando o teodolito, medir o ângulo, realizar o desenho da situação e utilizar seus conhecimentos de trigonometria aplicada ao triângulo retângulo para a solução.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Em aula teórica, foi explicado aos alunos razões trigonométricas, mostrando como realizar os cálculos através de exemplos contextualizados, como a possibilidade de medir a altura de um prédio ou a largura de um rio. Houve grande interesse por parte dos alunos. Assim, pode-se perceber que, quando utilizamos metodologias diferentes, os alunos demonstram mais interesse pelo conteúdo.

O teodolito foi confeccionado na casa de um dos integrantes do grupo e tudo foi registrado através de fotos e vídeos para a avaliação docente (Figura 1). Os teodolitos aparecem finalizados na Figura 2.

Figura 1 - Teodolitos em fase de construção

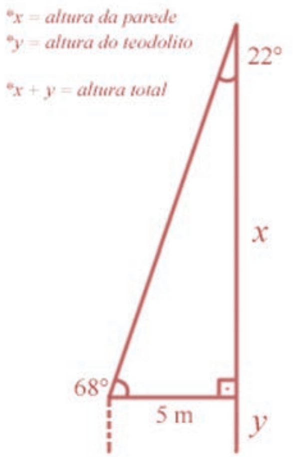
Fonte: Autores.

Figura 2 - Alguns dos teodolitos confeccionados pelos alunos

Fonte: Autores.

Os alunos, em grupos, escolheram o que iriam medir e foram realizar a atividade. Com o seu teodolito caseiro, fita métrica, calculadora e seus cadernos, foram a campo. Foram medidas pelos alunos as alturas de postes de luz, de muros de casa e de placas de trânsito. Utilizando o valor do ângulo calculado pelo teodolito e a distância do teodolito até o objeto que estava sendo medido, realizaram um esboço do problema. Nesta etapa, percebe-se que a maior dificuldade foi para encontrarem, na calculadora, o valor da tangente do ângulo. Os grupos que realizaram o cálculo inadequadamente foram orientados a realizarem a correção. Outras dificuldades foram com relação às peças e à montagem, sendo necessária orientação para a construção correta delas.

Figura 3 - Esquema montado por um grupo para resolução do problema, que neste caso é a altura de uma igreja



Fonte: Autores.

Ao final, os alunos produziram um vídeo contando a história do objeto construído (teodolito), mostrando como realizaram a confecção do teodolito, e a resolução de um problema real disponível em Clube de Matemática Quarta Dimensão (2018). Cada grupo foi avaliado de 0 a 2,0 pontos, conforme a participação no trabalho. Para cada vídeo, foi estipulado o tempo mínimo de 5 minutos e máximo de 10 minutos. Os vídeos foram mostrados em sala de aula para que todos os alunos vissem o trabalho de seus colegas. A dificuldade em relação à metodologia foi por eles não estarem acostumados a resolverem problemas reais. Neste tipo de atividade, o aluno se torna protagonista para a realização de uma atividade resolvendo um problema real.

Os resultados foram satisfatórios, pois os alunos conseguiram realizar atividades envolvendo razões trigonométricas sem dificuldades e, também, na avaliação bimestral, praticamente não houve erro de cálculos na realização das questões relacionadas a este conteúdo. Observa-se, portanto, a relevância do uso de resolução de problemas e de material concreto para a aprendizagem significativa do conteúdo abordado. Além disso, houve facilidade para que os estudantes compreendessem o assunto, deixando assim, de temerem a trigonometria.

CONCLUSÃO

Com esta atividade, os alunos vivenciaram a experiência de desenvolver um trabalho com uma metodologia diferente das que estão habituados no cotidiano escolar. Desta forma, este trabalho nos faz ver além e diversificar as aulas de matemática, sendo esta, mais uma ferramenta disponível para melhorar o processo de ensino. Portanto, os resultados mostram que mudando a metodologia, incluindo a resolução de problemas com a utilização de material concreto, o aluno torna-se protagonista da sua aprendizagem, despertando o seu interesse por adquirir conhecimento.

REFERÊNCIAS

CLUBE DE MATEMÁTICA QUARTA DIMENSÃO. **Construção e aplicação do teodolito caseiro a.** 2018. Disponível em: <https://www.youtube.com/channel/UCpLasD4PHaoVI0Ia2mLRRrQ>. Acesso em: 18 de ago. 2018.

NOVO TELECURSO. **Exemplo de Probabilidade - Filme Quebrando a Banca 44 - Distâncias inacessíveis - Matemática - Ens. Médio - Telecurso.** 2012. Disponível em: <https://youtu.be/U2SflDc8Ujs>. Acesso em: 18 de ago. de 2018.

12 METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA IDEIA INTUITIVA DE VOLUME

Marlene Mazurek Pereira[27]
João Vitor Teodoro [28]

INTRODUÇÃO

A relação entre resolução de problemas e matemática vem ganhando espaço no cotidiano dentro e fora da sala de aula, andando com o desafio da educação contemporânea, que busca preparar o ser humano para a vida e as diferentes situações que nela se apresentar. E o ensino por meio da resolução de problemas baseia-se nisso, tendo como meta, na matemática, fazer o aluno pensar, desafiá-lo e motivá-lo a querer resolver os problemas, desenvolvendo habilidades de elaborar o raciocínio lógico em busca das soluções necessárias.

A escolha do tema deste trabalho, que enfatiza a resolução de problemas, instiga a pesquisa de como ensinar e preparar o aluno a enfrentar essas situações novas, além de buscar tornar as aulas de matemática mais atrativas, dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da matemática, equipar o aluno com estratégias para resolver problemas, dar uma boa base matemática e provocar a criatividade.

Nessa perspectiva é que as aulas foram planejadas e aplicadas, trabalhando com alunos do 9° ano do ensino fundamental, de forma que foi possível avaliar o pensamento do aluno, identificar quais as estratégias utilizadas e quais as dificuldades encontradas por ele ao longo do processo.

Com o objetivo de enriquecer as experiências dos alunos e aplicá-las em diferentes contextos, foi proposta a ideia intuitiva de volume, calculando a quantidade de livros que cabem em uma determinada estante.

Ao longo do trabalho, mostra-se a importância da resolução de problemas no processo de ensino-aprendizagem, destacada na literatura da área da educação matemática e em documentos oficiais, como as orientações apre-

27 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio. E-mail: marlenemazup@gmail.com.
28 Professor doutor na Universidade Federal do Triângulo Mineiro. E-mail: joao.magda@gmail.com.

sentadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais referentes ao ensino fundamental de matemática, que se anunciam como perspectiva metodológica de ensino, permitindo a abordagem de conceitos, procedimentos e atitudes necessárias à formação do aluno e de problemas do dia a dia, relacionando-os a diversos assuntos da matemática (BRASIL, 1998).

O conceito geométrico a ser trabalhado e estudado é volume, abordado em livros didáticos desde as séries iniciais até o ensino médio e muito importante para os alunos, já que, conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, desenvolve o seu pensamento, para a realidade do mundo em que vive.

> O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades, etc. (BRASIL, 1997, p. 51).

Resolver problemas, utilizando-se desse conceito, esbarra na noção intuitiva deste conteúdo, que é instilado durante todo o processo de escolarização, e utilizado como um dos objetivos deste trabalho.

PLANEJAMENTO DA AULA

O trabalho da aula inédita a ser apresentada foi desenvolvido em uma escola estadual, na cidade de Dourados/MS. Trata-se de uma escola nova, com estrutura contemporânea, que atende 603 alunos do Ensino Fundamental II e Ensino Médio.

A professora regente da turma do 9° ano B cedeu 4 aulas de matemática, em dois dias da semana, para que as atividades pudessem ser aplicadas.

A turma é composta por 27 alunos, com idade entre 14 e 16 anos, de fácil convívio em sala de aula, apesar do que foi observado alguns alunos com dificuldades, mas que desenvolveram as atividades propostas conforme o esperado.

De acordo com Dante (1991):

> Devemos propor aos estudantes várias estratégias de resolução de problemas, mostrando-lhes que não existe uma única estratégia, ideal e infalível. Cada problema exige uma determinada estratégia. A resolução de problemas não deve se constituir em experiências repetitivas, através da aplicação dos mesmos problemas (com outros números) resolvidos pelas mesmas estratégias. O interessante é resolver diferentes problemas com

> uma mesma estratégia, e aplicar diferentes estratégias para resolver um mesmo problema. Isso facilitará a ação futura dos alunos diante de um problema novo (DANTE, 1991, p. 59).

A partir do exposto por Dante (1991), tem-se como objetivo central o intuito de desenvolver e aumentar as experiências dos alunos; por isso, foi proposta a ideia intuitiva de volume, devendo ser calculada a quantidade de livros que cabem em uma determinada estante. Dessa forma, se tem um problema novo para resolver, para o qual será necessário aplicar diferentes estratégias, utilizando inclusive os conteúdos matemáticos já estudados em anos anteriores e que serão agora colocados em prática, demonstrando assim a aprendizagem.

Primeira Aula

Para iniciar a primeira aula, foi apresentado o conceito de volume: espaço ocupado por um corpo, ou a capacidade de comportar alguma substância. Como exemplo, foi utilizada uma garrafa pet de refrigerante, que contém volume de 2 litros.

Nesse momento, um aluno observa que: “Então, o refrigerante é o volume da garrafa?”. Foi necessário corrigi-lo, explicando que o volume seria a capacidade da garrafa, ou seja, o espaço que existe dentro daquela embalagem, já o refrigerante, seria a substância que ocupa esse espaço.

Para melhor entendimento, foram apresentados outros exemplos, que questionavam e induziam o aluno a pensar e criar alternativas possíveis.

Atividades de exemplo:

- Uma caixa de leite tipo longa vida possui 1 decímetro cúbico de volume, então dizemos que sua capacidade é de 1 litro. O litro corresponde à capacidade de um recipiente cúbico com 1 dm de aresta, lembrando que 1 decímetro (1 dm) é igual a 10 centímetros, 10 cm x 10 cm x 10 cm = 1000 cm^3 de volume. 1 litro corresponde a 1000 mililitros de capacidade.
  Se 1 l = 1 dm^3 (lembrando que 1 dm = 10 cm), então:
  1000 ml = 1000 cm^3 (lembrando que 1 dm^3 = 1000 cm^3)
  1 ml = 1 cm^3

- A caixa d’água da escola possui 10 m^3 de volume, isto é, sua capacidade é de 10.000 litros de armazenamento. 10 m^3 em litros: transformamos 10 m³ em dm³, obtendo 10 m³ = 10000 dm³ e então, como 1 dm³ = 1 litro, temos 10 m³ = 10000 litros.

Atividades práticas: na prática, foi solicitado que cada aluno utilizasse um de seus livros e comparasse a um paralelepípedo e também a um cubo, e que, com uma régua, medisse o comprimento, a altura e a largura; com as medidas anotadas, calculassem o volume de tal paralelepípedo ou cubo, multiplicando as medidas comprimento x altura x largura, e o resultado será o volume do livro.

Segunda Aula

Nesta aula, deu-se prosseguimento ao conteúdo, trabalhando com transformações de unidades de medida. Porém foi observado que os alunos não se recordavam do método utilizado para transformação de unidades de medida e/ou capacidade, dos anos anteriores de seus estudos.

Para alguns exemplos, foi utilizada, na lousa, a Tabela 1, pela qual foi demonstrado como proceder:

Tabela 1 - Tabela para transformação de unidades de medida de volume

m^3	m^3	am^3	^{3}	m^3	m^3	m^3
5	00	00	00			
				00	00	
			,	01	00	
				00		
	60	00	00			

Fonte: Autores.

- Transformando 15 km³ em m³: 15.000.000.000 m³
- Transformando 3 m³ em cm³: 3.000.000 cm³
- Transformando 1000 cm³ em m³: 0,001 m³
- Transformando 8000 dm³ em m³ = 8 m³
- Transformando 60.000.000 m³ em km³ = 0,06 km³

A metodologia foi acompanhada e discutida com os alunos, que demonstraram interesse e facilidade em resolver as transformações propostas. Porém, ao serem questionados sobre a necessidade deste procedimento, não souberam responder. Foi explicado que a utilização deste procedimento de transformação de unidades está no fato de não ser possível realizar cálculos com diferentes unidades de medida: "30 cm^3 + 50 m^3". Primeiramente, temos de igualar as unidades de medida.

Logo após, foi trabalhado com os alunos um problema passado no quadro e, através dele, teríamos ideias de como resolver outros problemas propostos: Calcular a quantidade de livros que cabem dentro de determinada caixa de dimensões 36 cm x 23,5 cm x 26 cm (comprimento x largura x altura). Mostrar uma maneira de resolução, utilizando-se para isso, os seus próprios livros de matemática com suas respectivas dimensões.

Solução: Primeiramente são extraídos os dados do problema.

a) O que se pede no problema: quantidade de livros que cabem na caixa.
b) Dimensões da caixa: comprimento = 36 cm, largura = 23,5 cm e altura = 26 cm.
c) Dimensões do livro (obtidas pelos alunos anteriormente): comprimento = 27 cm, largura = 20 cm e altura = 1,5 cm.
d) Qual o volume da Caixa? 21996 cm^3
e) Qual o volume do Livro? 810 cm^3

$$\frac{volume\ da\ caixa}{volume\ do\ livro} = \frac{36\ cm \times 23{,}5\ cm\ \times 26\ cm}{27\ cm\ \times 20\ cm\ \times 1{,}5\ cm} = 27$$

A partir do cálculo realizado, chegou-se à conclusão de que, naquela caixa, caberiam aproximadamente 27 livros.

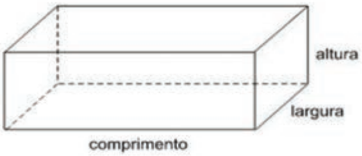
Esses dados foram obtidos por toda a turma que participou ativamente, fazendo as medições e anotações.

Terceira e quarta aulas

Na terceira aula, foi solicitado que a turma se dividisse em grupos de 3 alunos para a resolução dos problemas propostos. Após essa organização, foi distribuída para cada aluno cópia das atividades a serem desenvolvidas, contendo os seguintes problemas:

Problema 1. Temos desenhos de três paralelepípedos (Figura 1) empilhados. Através desses desenhos, alunos do 9° ano farão um projeto de estante. Este projeto será para a construção de uma estante para guardar livros. Devem calcular quantos livros podem ser guardados nela. Esses livros considerados são os que eles usam em suas aulas, e devem ter o mesmo tamanho e formato.

Figura 1 - Paralelepípedo do Problema 1



Fonte: Autores.

- Comprimento de cada paralelepípedo 3 m
- Largura de cada paralelepípedo 23 cm
- Altura de cada paralelepípedo 32 cm

Problema 2. Os alunos do 9° ano deverão fazer um projeto para a construção de uma estante para guardar livros (escolher entre 50 e 200 livros).

Para guardar a quantidade de livros escolhida, quais serão as medidas da estante?

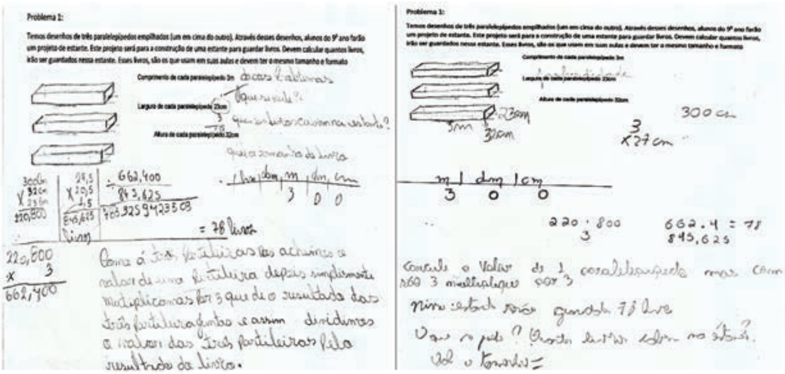
Qual deverá ser a profundidade mínima?

Qual deverá ser a altura mínima, para cada compartimento?

Para o desenvolvimento das atividades propostas, primeiramente, foi solicitado que os alunos fizessem uma leitura prévia para estudar e entender o enunciado dos problemas, seguindo a orientação de simultaneamente fazerem anotações dos dados que o problema apresenta. Nesse momento, foi possível observar os grupos, o trabalho em equipe, raciocínio e colaboração de cada um, além da discussão a fim de resolver as atividades.

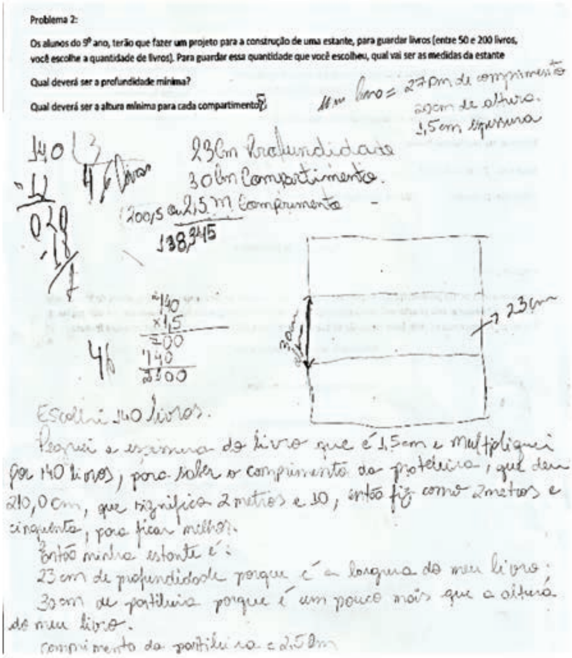
O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. De outro lado, o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Figura 2 - Solução do Problema 1 de dois dos grupos



Fonte: Autores.

Figura 3 - Solução do Problema 2, encontrada por um único grupo de alunos



Fonte: Autores.

Para finalizar a atividade, foi solicitado que algum grupo se disponibilizasse a ir à lousa apresentar o raciocínio utilizado.

CONCLUSÃO

Embora a maioria dos grupos não tenha concluído a resolução do problema, outros chegaram perto dela, e um grupo foi capaz de concluir a atividade, intuitivamente compreendendo o conceito de volume. A resolução de problemas deve ser conservada como uma importante estratégia didática para um ensino que estimula um comportamento de pesquisa, atiça a curiosidade, e supostamente prepara para lidar com situações novas, tendo problemas semelhantes para lidar, dentro e fora da sala de aula.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais:** matemática/ Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_______. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** matemática. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 3. ed. São Paulo: Ática, 1991.

ONUCHIC, L. D. L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema-Mathematics Education Bulletin**, p. 73-98, 2011.

13 A METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O ENSINO DE ESTATÍSTICA NO TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO EM UMA ESCOLA ESTADUAL NO MUNICÍPIO DE ÁGUA CLARA - MS

Lilian Oliveira Daniel[29]
Mariana Fabiane Garcia Travassos[30]

INTRODUÇÃO

O ensino e a aprendizagem da matemática estão passando por um profundo processo de renovação. Renovação não apenas de conteúdo, mas principalmente de objetivos e de metodologias. A aprendizagem hoje não é vista mais como a simples transmissão e recepção de informações, mas sim como um processo de construção de conhecimentos, que é favorecido mediante a estimulação da investigação e participação dos alunos.

Uma matemática que tem que se mostrar prazerosa, benéfica e contribuir para o desenvolvimento do aluno e o preparar para o exercício da cidadania. O aluno, através da matemática, desenvolve a autonomia, a criatividade e a capacidade de raciocínio, e se transforma em um sujeito ativo, empoderado e com autoestima elevada.

A matemática é uma ciência transformadora e a escola deve estar preparada para contribuir com a formação do cidadão; os professores devem ser qualificados para desenvolver aulas que despertem a curiosidade e interesse para a busca de conhecimento.

Com o objetivo de transformar as aulas em algo mais dinâmico e interessante, e fazer com que o aluno se sinta mais preparado para o aprendizado, será apresentada neste trabalho uma forma de se trabalhar a estatística através da metodologia resolução de problemas.

Este trabalho se desenvolveu com o terceiro ano do ensino médio em uma escola Estadual de Água Clara, MS, onde os alunos protagonizaram uma

29 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio. E-mail: lilianaguaclara@gmail.com.
30 Professora mestra na Faculdade de Educação a Distância da Fundação Universidade Federal da Grande Dourados. E-mail: marianatravassos@ufgd.edu.br.

experiência de contar a própria história de sua realidade escolar pensada através do próprio olhar.

O eixo central do trabalho é o estudo da estatística, e a proposta é que alunos entendam a realidade da própria escola através de uma pesquisa, utilizando os instrumentos estatísticos para coletar e tabular dados, apresentando resultados através de seminários, para a comunidade escolar.

PLANEJAMENTO DA AULA

Foram desenvolvidas 8 horas/aulas com o propósito de explanar a lógica das investigações estatísticas. Os objetivos específicos foram: compreender o uso da estatística no cotidiano e como ela pode ser uma técnica cujo objetivo é descrever, analisar e interpretar dados numéricos de uma população ou amostra; compreender o objetivo da estatística descritiva para o estudo de um conjunto de dados numéricos coletados; interpretar informações a partir de uma determinada situação-tarefa; elaborar, interpretar e publicar gráficos e tabelas a partir de informações coletadas; compreender e construir tabelas de distribuição de frequência; compreender e construir histogramas; relacionar valores em porcentagem e cálculo estatístico; compreender como a tecnologia auxilia na construção de gráficos e tabelas, e na apresentação dos resultados de uma pesquisa.

Termos de uma pesquisa estatística: população e amostra; indivíduo ou objeto; variável qualitativa e quantitativa; frequência absoluta e frequência relativa; tabela de frequências; representação gráfica; construção de gráficos; medidas de tendência central: média aritmética, média aritmética ponderada, mediana e moda; medidas de dispersão: variância e desvio padrão; estatística no computador: como usar as ferramentas tecnológicas para fazer pesquisa e para tabular dados.

APLICAÇÃO DAS AULAS

Aula 1

Para motivar os alunos, foi utilizada uma técnica grupal chamada *brainstorming*[31], que significa “tempestade de ideias”. A sala foi dividida para potencializar

31 Brainstorming é o nome dado à uma técnica grupal – ou individual – na qual são realizados exercícios mentais com a finalidade de resolver problemas específicos. Popularizado pelo publicitário e escritor Alex Faickney

o trabalho, e os alunos ativaram suas experiências anteriores, ou ideias relacionadas ao tema. Esta atividade foi uma dinâmica que visou desenvolver o potencial criativo e averiguar os conceitos que a sala tem em relação à temática. Os grupos receberam materiais como papel, canetão e fichas brancas, e cada grupo, após uma discutição prévia, escreveu palavras-chave para conceituar "estatística".

Após cada grupo fazer suas fichas, foram conduzidos pelo professor mediador ao plenário, e debatida a formação de uma ideia, em um painel. O painel foi exposto fora da sala, para que fosse compartilhado com a escola o conceito formado naquele momento: neste momento, deu-se a formação do conceito "estatística". Os conceitos explorados nesta aula foram: estatística[32], amostra[33] e variável[34].

Aula 2

Para esta aula, a professora propôs o problema gerador: a Pesquisa Estatística na Minha Escola, e o apresentou aos alunos: "vamos apresentar através da estatística como é a nossa escola?".

A escolha do tipo de problema a ser utilizado considerou as seguintes preocupações:

- ser desafiador para os alunos;
- ser real para o aluno;
- ser interessante para o aluno;
- ser o elemento desconhecido de um problema, realmente, desconhecido;
- ter um nível adequado de dificuldade.

Nesta aula, para aprofundar os detalhes das discussões teóricas que eles mesmos apresentaram para a professora, foi organizada uma discussão sobre algumas pesquisas que já tinham sido realizadas, e um caso sobre uma pesquisa eleitoral, que apresentava dados absolutos, foi colocado em pauta pelos alunos. Foram também pontos de pauta desta aula: frequência absoluta, frequência relativa, porcentagem, média aritmética e moda, e os alunos bus-

---

32 Estatística é uma ciência exata que visa fornecer subsídios ao analista para coletar, organizar, resumir, analisar e apresentar dados.

33 Quando não é possível estudar, exaustivamente, todos os elementos da população, estudam-se só alguns elementos, a que damos o nome de amostra.

34 Variável (estatística) - atributo, mensurável ou não, sujeito à variação quantitativa ou qualitativa, no interior de um conjunto.

caram no livro didático a teoria sobre o tema. Nesta aula, também possíveis formas de tabulação de dados e apresentação de resultados de pesquisas estatísticas foram discutidas.

Aula 3

Cada grupo trabalhou o problema: vamos mostrar qual é a "cara" da escola?

Proposta de montar uma pesquisa estatística; cada grupo decidiu quais seriam as variáveis abordadas. Os grupos planejaram o que fazer e criaram estratégias de trabalho, enquadrando seu tema a uma possibilidade de contar uma história através da estatística.

Os grupos discutiram sobre possíveis temas como: tecnologia e desigualdade; gravidez na adolescência; *bullying*; jovem e o mercado de trabalho; esporte e adolescência; bebidas e adolescência, fumo, depressão na adolescência, entre outros. A estatística, assim, está em diálogo com outras disciplinas, que se enriquecem com seus dados.

Aula 4

A aula 4 foi o momento em que cada grupo organizou e apresentou o roteiro de planejamento do que fazer; também foi uma oportunidade em que o professor mediador pôde verificar como estava sendo trilhado o caminho.

Foi importante, porque o professor verificou a construção do conceito, e pôde identificar como estava o aprendizado; se conceitos importantes da matéria estavam sendo abordados e entendidos. Os grupos, então, prepararam os questionários da pesquisa.

Aula 5

A aula 5 foi organizada para os testes dos questionários.

O teste é uma forma de preparar para a pesquisa de campo e descobrir se ajustes têm de ser feitos, antes de se ir definitivamente para campo.

Os alunos fizeram o teste dos questionários na própria sala e reservamos um tempo da aula para um bate-papo sobre as estratégias de pesquisa de campo, e uma discussão sobre a postura de um entrevistador.

Foi discutido sobre como abordar os entrevistados, como se apresentar, como apresentar o objetivo da pesquisa, e possíveis pontos de dificuldades.

Os questionários foram testados, e os alunos ficaram preparados para a próxima etapa: a pesquisa.

Aula 6

O propósito da aula 6 foi mediar a tabulação da pesquisa, escutar sobre como estava o desenvolvimento do trabalho, como estava a aprendizagem dos conceitos, verificar se os grupos estavam se apropriando do aprendizado, e como estava o desenvolvimento dos temas. Nesta aula contamos com a presença do professor parceiro de Sociologia/Filosofia, Cláudio Rodrigues, e alguns pontos foram alinhados em relação aos temas abordados, e como seria a apresentação dos trabalhos.

Os grupos apresentaram o andamento das tabulações, e discutimos sobre a apresentação dos trabalhos e sobre os convidados para a plenária.

Aulas 7 e 8

As apresentações dos trabalhos foram nas aulas 7 e 8, e a ordem de apresentação se deu por sorteio. Os grupos apresentaram seus trabalhos utilizando equipamento multimídia no programa Power Point. Os trabalhos apresentaram coerência e aprendizado significativos. Os alunos trouxeram para a discussão a realidade da escola e apresentaram o conteúdo matemático como instrumento para entender a realidade escolar.

O resultado dos trabalhos mostrou características científicas: introdução, objetivos, metodologia, resultados e discussões, e conclusão. No final da aula, cada grupo fez uma autoavaliação, e cada aluno apresentou os seus pontos de aprendizagem. Cada indivíduo relatou, em uma folha que foi entregue ao professor mediador, sua experiência individual em relação ao aprendizado de estatística, e sobre o seu aprendizado em relação ao grupo.

O resultado foi tão positivo que os trabalhos serão apresentados para outras turmas da escola no decorrer do semestre, porque os temas são importantes para a discussão na comunidade da escola, como: acessibilidade, tecnologia, depressão, tabagismo, gravidez na adolescência, trabalho e renda, preconceito.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

As aulas foram desenvolvidas nos terceiros anos do ensino médio da Escola Estadual Marechal Castelo Branco, Água Clara, MS. As séries A e B (matutino) foram organizadas em 11 grupos cada sala e do terceiro ano D (noturno) em 10 grupos. Os grupos se organizaram de forma a que todos trabalhassem e apresentassem um resultado.

A apresentação dos alunos contou com uma vasta e rica esfera de conhecimento e detalhes de aprendizado. Os grupos desenvolveram o tema proposto, utilizaram o tema “estatística” e se apropriaram do conceito matemático como ferramenta para a busca de conhecimento e aprimoramento de competências para lidar com informações relevantes nas diversas situações vivenciadas.

Os alunos utilizaram como instrumento de pesquisa os questionários, que foram utilizados para a coleta das informações. Após a coleta das informações, os alunos tabularam os dados, esboçaram tabelas de frequência absoluta, frequência relativa, calcularam porcentagens e utilizaram medidas de tendência central como: moda, média aritmética, mediana, para ampliar o conhecimento da realidade pesquisada.

Os alunos planilharam os dados, utilizando softwares de tabulação, e montaram as apresentações dos resultados.

Como resultado deste trabalho, foi constatado que alunos desenvolveram suas capacidades crítica e de autonomia, tornando-se mais conhecedores de suas realidades e com conhecimentos a mais para ampliar suas possibilidades de êxito profissional e pessoal.

Este trabalho contribuiu para o desenvolvimento da análise crítica e da argumentação. Trabalhos assim contribuem para que o aluno possa, além de entender os cálculos e a aplicabilidade de porcentagem, gráficos e tabelas, interpretar e analisar criticamente os dados que coletaram, e o ambiente que os rodeia.

Os grupos de alunos, como um todo, solucionaram a proposta inicial, que foi acolhida por eles de forma que trouxessem à luz os elementos matemáticos e descrevessem a leitura matemática que lhes foi proposta.

Quadro 1 - Objetivos específicos alcançados

Objetivos Específicos	Sim	Não	Observações
Os alunos compreenderam o uso de estatística no cotidiano e como ela pode ser uma técnica cujo objetivo é descrever, analisar e interpretar dados numéricos de uma população ou amostra?	X		Os alunos conseguiram definir a amostra aleatória, definiram os objetivos da pesquisa, construíram os questionários, aplicaram os questionários e interpretaram os dados obtidos.

Objetivos Específicos	Sim	Não	Observações
Os alunos compreenderam o objetivo da estatística descritiva para o estudo do conjunto de dados numéricos coletados?	X		Os alunos conseguiram interpretar os dados e descrever os resultados em forma de gráficos e tabelas.
Os alunos interpretaram informações a partir de uma determinada situação-tarefa?	X		Os alunos conseguiram utilizar a estatística para identificar a situação-problema e apresentar resultados associando os problemas cotidianos.
Os alunos elaboraram, interpretaram e publicaram gráficos e tabelas a partir de informações coletadas?	X		Os alunos apresentaram os trabalhos em forma de gráficos e tabelas.
Os alunos aprenderam a construir tabelas de distribuição de frequência?	X		Os alunos tabularam os dados utilizando as tabelas de frequência.
Os alunos conseguiram construir histogramas?	X		Os alunos apresentaram dados utilizando histogramas.
Os alunos relacionaram valores em porcentagem e cálculo estatístico?	X		Os alunos calcularam porcentagens e utilizaram medidas de tendência central nos trabalhos.
Os alunos utilizaram a tecnologia para auxiliar na construção de gráficos e tabelas e na apresentação dos resultados da pesquisa?	X		Os alunos usaram os softwares Excel e Power Point para apresentar os resultados.

Fonte: Autores.

A partir do que relataram, segue aqui mais alguns pontos que são válidos para esta discussão: 4/32 dos grupos (13% do total), teve dificuldades para elaborar estratégias de abordagem ao entrevistado: apontaram que uma das dificuldades encontradas foi para aproximar-se do entrevistado e explicar sobre o objetivo da pesquisa. Sentiram dificuldade no primeiro contato, afirmaram que a timidez foi um problema inicial, porém, ao conseguir o primeiro contato, a entrevista fluía normalmente.

Uma estratégia que elaboraram para minimizar essa dificuldade foi fazer um ponto físico fixo de pesquisa (como uma mesa preparada para receber o entrevistado), e escolher um dos alunos do grupo (o aluno mais desinibido) para buscar, ativamente, o entrevistado.

Outro ponto que deve ser abordado é que 8/32 (25%) dos grupos relatou sobre a importância de treinamento para entrevistas de campo. O bate-papo sobre técnicas de entrevistas, formas de abordar, melhor forma de pedir para entrevistar alguém, melhor forma de se “quebrar o gelo” antes da entrevista, formas de explicar sobre a importância da verdade nas respostas, foi muito positivo. Os 25/32 dos grupos (78%) manifestou-se sobre a receptividade dos entrevistados: que estes responderam suas perguntas com seriedade e sinceridade. Os outros 7/32 (22%) dos grupos explicaram que muitos dos entrevistados não perceberam a seriedade da pesquisa, e tiveram mesmo que descartar algumas entrevistas, porque os questionários tinham sido respondidos sob forma de brincadeira e desrespeito. Todos os grupos se expressaram sobre a importância de agradecer a colaboração do entrevistado.

Alguns grupos sentiram dificuldade em relação à definição da amostra; 19/32 (59%) relataram que quando abordaram a discussão entre eles, sobre esse ponto de dúvida, tiveram que aprofundar o conhecimento teórico sobre "população" e "amostra aleatória" para que conseguissem sanar a dúvida.

A maioria dos grupos 28/32 (88%) argumentou que a informática foi a grande facilitadora para a construção dos gráficos e tabelas. Argumentaram sobre a importância dos softwares Power Point e Excel para a edição de tabelas e gráficos para a apresentação dos seus trabalhos.

A avaliação final demonstrou que o que foi planejado teve êxito. A avaliação de todo o processo foi contínua e com diversos instrumentos, tais como: desempenho oral dos estudantes; avaliação de como relatam as atividades e suas implicações; desenvolvimento da capacidade investigativa; capacidade de organização em grupo; busca para sanar dúvidas; autonomia; autoavaliação; cooperação; registro de conceitos; apresentação dos trabalhos prontos; feedback individual e em grupo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho foi elaborado com a preocupação de introduzir a Estatística subsidiada pela Metodologia de Resolução de Problemas, levando para a sala de aula a educação estatística como ferramenta para o desenvolvimento do raciocínio matemático.

A Metodologia de Resolução de Problemas, proposta por Onuchic e Allevato (2011), revelou-se eficiente, pois permitiu que a sala de aula fosse um espaço de discussões e construção de conhecimento; uma oficina de aprendizagem, cenário de discussões, onde o aluno foi desafiado, instigado e provocado a descobrir novos conceitos. Os alunos foram protagonistas de sua própria aprendizagem, sendo levados, inicialmente, ao estranhamento de uma proposta educativa inovadora, e, em seguida, à atitude participativa, gerando satisfação à medida que os conceitos iam sendo consolidados.

A combinação desenvolvida neste trabalho mistura de Estatística, Resolução de Problemas e dados da realidade local, determina demandas adicionais ao professor; dentre elas, o estar disposto a mediar debates, exercer o controle em um ambiente mais dinâmico e participativo, e dominar com consistência os conceitos da Estatística, da metodologia aplicada, e da aprendizagem significativa.

O docente precisa ter, neste caso, atitudes proativas, desafiadoras e transformadoras e deve estabelecer uma relação de cumplicidade e confiança com o aluno, para que este tenha segurança e proatividade para cumprir o desafio. É importante registrar que, quando as dificuldades são demonstradas pelos alunos, sempre que desafiados a superar um obstáculo, o professor deve mediar e compartilhar impressões e atribuir significado para os novos conhecimentos.

Neste trabalho, a cumplicidade entre professor e alunos foi caracterizada pela eficiência na produção de resultados, pela motivação no aprendizado, e por uma apresentação de trabalhos com clareza nos objetivos e no cumprimento da missão estabelecida inicialmente.

REFERÊNCIAS

ONUCHIC, L. D. L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema-Mathematics Education Bulletin**, p. 73-98, 2011.

14 ENSINO DE ÁREAS DE SUPERFÍCIES PLANAS POR MEIO DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Milena Benites Pinheiro Novais[35]
João Vitor Teodoro [36]

INTRODUÇÃO

O cálculo de áreas de superfícies planas retangulares, e até mesmo quadradas, é algo considerado simples; porém, percebe-se que os alunos têm extrema dificuldade em realizar tais cálculos.

Saber sobre que figura geométrica se está tratando, se é um quadrado ou um retângulo, também é um problema.

Para o cálculo do perímetro ou da área, é possível utilizar a metodologia de resolução de problemas. Através dela, é possível verificar se os alunos se lembram de já terem feito algum cálculo parecido; como eles chegaram aos resultados esperados; se sempre usam a mesma estratégia de resolução; se algum colega faz diferente e chega ao mesmo resultado, dentre outros questionamentos.

Esta metodologia é rica por permitir que os alunos possam dialogar entre si e com o professor, e conduzir a autorreflexão, buscando estratégias que os levem na direção da solução dos problemas. Chegar à solução correta, num primeiro momento, não é o objetivo principal, mas faz parte do processo. Todo aprendizado é buscado no que já se conhecia, ou em algo que não se havia ainda sistematizado, sendo função do docente sistematizá-lo.

Na metodologia usada, o aluno é o protagonista, ele precisa saber criar estratégias para traçar seu caminho até a resolução do problema em questão. O professor é apenas um mediador que não dá as respostas prontas, somente os instiga na busca por elas.

Diante da dificuldade apresentada pelos alunos em realizar o cálculo de áreas de figuras planas, uma atividade prática foi desenvolvida no 7° ano A do

---

35 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.
E-mail: milenabenitespinheiro@hotmail.com.
36 Professor doutor na Universidade Federal do Triângulo Mineiro. E-mail: joao.magda@gmail.com.

ensino fundamental de uma escola estadual localizada no município de Dourados-MS. Utilizando a metodologia de resolução de problemas, foi proposto que os alunos calculassem a área e o perímetro de diversas superfícies planas retangulares que estavam presentes na própria sala de aula (quadro, porta, janelas, paredes, etc).

MATERIAIS E MÉTODOS

O trabalho foi realizado no 7° ano do ensino fundamental de uma escola estadual localizada no município de Dourados-MS, utilizando a Metodologia de Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

O conteúdo trabalhado foi "áreas de superfícies retangulares planas", utilizando cinco aulas, abordando os objetos encontrados em sala de aula (Figuras 1 a 4).

Figura 1 - Quadro (4,65 m x 1,25 m) e janelas (1,52 m x 96 cm cada)

Fonte: Autores.

Figura 2 - Pisos (42 inteiros de 1 m x 1 m e 7 peças de 80 cm x 1 m), chão (7,42 m x 7,12 m), paredes laterais (7,12 m x 2,83 m), paredes traseira e frontal (7,42 m x 2,83 m) e teto (7,42 m x 7,12 m)

Fonte: Autores.

Figura 3 - Mesa do professor (1,19 m x 65 cm) e mesas dos alunos (33 unidades medindo 29 cm x 38 cm)

Fonte: Autores.

Figura 4 - Porta (2,11 m x 80 cm)

Fonte: Autores.

Os recursos didáticos utilizados foram: livro didático, objetos da sala de aula (quadro, janelas, tampo das mesas, paredes, pisos e a porta, giz, caderno, lápis, borracha, caneta, réguas e trenas).

Os alunos foram avaliados pela participação nas discussões sobre o conteúdo, colaboração para a medição das superfícies planas retangulares, e desempenho nos cálculos de perímetro e área.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

1ª aula – Inicia-se com uma conversa sobre perímetro e área, recordando os seus significados. Depois de alguns instantes, surgem falas como: "Perímetro é a soma de todos os lados da figura", trazendo indícios de entendimento.

"Calculamos a área de todas as figuras planas apenas de uma forma? Quais figuras planas encontramos aqui na sala? ". Alguns alunos dizem que a sala de aula é uma figura plana, outros dizem que o quadro negro é outra; outros, que o tampo da mesa, o chão, etc.

Após essas falas, são questionados novamente: "Qual a diferença entre objetos 2D e 3D? Aqui na sala temos esses objetos?". Eles respondem que 2D são objetos com duas dimensões e 3D com três dimensões.

São questionados sobre a superfície de cima da mesa: "O que ela é? 2D ou 3D?". Logo, todos respondem que ela é 2D. São questionados sobre o motivo de ser 2D e um aluno diz que é porque "não tem altura". São apresentados exemplos de objetos em 3D: a sala de aula, a mesa e o apagador. Já os objetos 2D exemplificados são: a superfície do tampo da mesa, o chão, o teto, as paredes, o quadro e a capa do caderno.

2ª aula – "Sabendo o que são objetos planos, como podemos, por exemplo, calcular a área do quadro? Qual o nome da figura plana que o quadro representa?". Uns dizem que o nome é quadrado, e que é só fazer uma multiplicação para se achar a área. Ao questioná-los: "Se o quadro é um quadrado, ele teria que ter todos os lados iguais?". Todos dizem que sim, e logo discordam.

É comentado que, para o cálculo da área de algumas figuras, podemos utilizar a multiplicação, e para se calcular as áreas de quadrado e de um retângulo, os procedimentos são os mesmos. No quadrado, como temos todos os lados iguais, dizemos "lado vezes lado", ou seja, fazemos a multiplicação. Já no retângulo, "comprimento vezes largura".

Após toda discussão, pediu-se aos alunos que medissem, em grupos (de no máximo três alunos), com o auxílio de uma trena ou régua, as superfícies planas retangulares presentes na sala de aula.

Foi solicitado que todos anotassem em seus cadernos as dimensões dos objetos em estudo, em centímetros ou em metros.

3ª aula – Com todas as informações em mãos, iniciaram os cálculos de perímetro e área. Foram autorizados a utilizar calculadora, já que ainda não têm conhecimento de multiplicação de números decimais.

Nesta aula, é dada ênfase às unidades de medida, pois os alunos não têm o costume de informar a unidade que estão trabalhando na resposta, e é solicitado que insiram esta informação, no nosso caso, apenas centímetro ou metro.

São questionados em relação à diferenciação das unidades de medida entre perímetro e área, se ambas estão em metro ou em metro quadrado.

Intercorrências observadas nesse momento:

- Os alunos não tinham notado que algumas medidas estavam em metro e outras em centímetro;
- Dificuldade em manusear a calculadora;
- Confusão entre área e perímetro.

4ª aula – Alguns questionamentos feitos aos alunos:

1) Como converter de centímetro para metro ou de centímetro quadrado para metro quadrado e vice-versa?

Os alunos podem entender essa conversão pensando da seguinte maneira: o piso da escola é um quadrado de lado 1 m, área de 1 m^2 e cada lado desse quadrado tem 100 cm, pois 1 m equivale a 100 cm. Ao questioná-los em quantos quadradinhos de lado 1 cm poderiam subdividir este quadrado, esperava-se que todos respondessem 10.000 quadradinhos, pois já sabiam como calcular área.

Também foi exposto a eles de outra forma:

cm para m: divide por 100;

m para cm: multiplica por 100;

cm^2 para m^2: dividimos por 10.000,

m^2 para cm^2: multiplicamos por 10.000.

Dessa forma, apenas um grupo discorreu sobre "andar com a vírgula para esquerda ou para a direita". Nenhum aluno respondeu à pergunta de forma completa, esquecendo-se de mencionar como se transforma cm^2 para m^2.

Os alunos responderam de forma correta como converter de centímetro para metro e vice-versa. Essa é a forma que preferem, algo mais "prático" e rápido. Já o segundo questionamento passou despercebido por eles, mas durante as medições se comentou que, por exemplo, um metro quadrado não equivale a cem centímetros quadrados, e assim concluíram, embora demorassem um pouco para chegar ao cálculo, que um metro quadrado equivale a 10.000 centímetros quadrados, pois se um metro equivale a 100 centímetros para obtermos centímetros quadrados bastava fazer 100 cm x 100 cm, ou apenas multiplicar um metro por 10.000 e dividir, se fosse a forma inversa de cálculo.

2) Os pisos da sala são todos iguais? Há restos que precisam ser calculados? Se colocássemos pisos de tamanhos diferentes no chão da sala, por exemplo, de 60 cm x 60 cm, quantos pisos necessitaríamos? Haveria recortes?

Os pisos da sala de aula são todos iguais, porém, há arremates que são considerados “restos”. Se colocássemos pisos de 60 cm x 60 cm, necessitaríamos de aproximadamente 147 peças no total, havendo recortes, já que o cálculo não foi exato; em algum momento o piso não será usado por inteiro.

3) Podemos estimar quantos alunos cabem na sala de aula através do cálculo de área dos pisos?

Precisamos saber quantos alunos cabem em um metro quadrado, por exemplo. Os pisos da escola já são delimitados desse modo, só precisamos calcular uma média de alunos. Cabem oito crianças num piso de 1 m x 1 m; se a sala tem 42 pisos inteiros, onde cabem pessoas, teremos 42 vezes 8, o que equivale a 336 alunos aproximadamente, ou seja, mesmo que de forma apertada, cabem quase 340 crianças na sala de aula.

5ª aula – Retrospectiva para verificar se ainda persistia alguma dúvida, e discussão geral sobre o que se apreendeu.

Observou-se, ao final das cinco aulas, que os alunos estavam empenhados, medindo e fazendo o cálculo de área e perímetro; quando apresentadas as questões 1, 2 e 3, houve uma queda no empenho. O verdadeiro problema nas questões é que eles precisavam pensar, refletir e buscar estratégias de solução, e isso causa desconforto, porque eles precisam sair de suas zonas de conforto e tentar resolver, isso é aprender, e não é fácil, mas é necessário.

CONCLUSÃO

Utilizando a metodologia de resolução de problemas, foi possível discutir e instigar os alunos a perceberem que aquilo que estavam aplicando e aprendendo não servia exclusivamente para a sala de aula, mas para a escola, as ruas, as casas em que moram, e muitos outros objetos encontrados diariamente, possibilitando a percepção de sua importância.

Alguns alunos ficavam com medo de errar as questões, mas sempre se deixou claro que todos estavam ali para aprender juntos; que o docente era apenas um mediador durante todo o processo.

Fazer com que o aluno pense e dialogue sobre seus conhecimentos é gratificante, porém trabalhoso. Neste processo, o aluno discute, opina, discorda e concorda, e isso é aprender. Chegar à resposta correta não é o mais interessante, saber o caminho para chegar lá, sim.

REFERÊNCIAS

ONUCHIC, L. D. L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema-Mathematics Education Bulletin**, p. 73-98, 2011.

15 CÁLCULO DE ÁREAS E CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS UTILIZANDO A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Danielly Aparecida Lopes[37]
João Vitor Teodoro[38]

INTRODUÇÃO

Este texto descreve os fatos que aconteceram no decorrer de três aulas de matemática, para uma turma do período matutino do 1º ano do ensino médio da Escola Estadual Ministro João Paulo dos Reis Veloso, localizada no município de Dourados – MS. Aplicar a metodologia de resolução de problemas foi o foco principal da aula, com o objetivo de observar como seria o desenvolvimento do estudante no decorrer das aulas e, principalmente, qual seria o direcionamento que eles dariam ao problema proposto. Segue o relato da experiência da resolução de problema – cálculo de uma área delimitada baseada na planta de um quarto.

Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade, e poder agir sobre ela com propriedade. Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis técnico-científicas. Recorrer à situação-problema, a fim de fixar o conteúdo aplicado em sala de aula. A metodologia de resolução de problemas considera que o estudante deve saber construir estratégias de resolução, ou seja, a questão que é colocada como um "problema" é uma circunstância que precisa passar por algumas etapas de resolução. Nessa metodologia, o estudante é o protagonista da construção do seu aprendizado, e o professor tem o papel de estimular a curiosidade.

METODOLOGIA

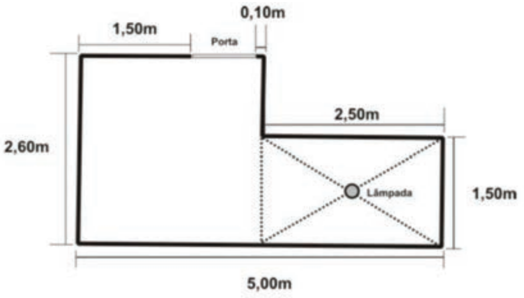
1ª etapa: Separar os materiais que serão utilizados no decorrer da aula: folhas de sulfite, réguas e cópia do desenho a ser trabalhado (Figura 1).

---

37 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio. E-mail: danielly.a.lopes@gmail.com.
38 Professor doutor na Universidade Federal do Triângulo Mineiro. E-mail: joao.magda@gmail.com.

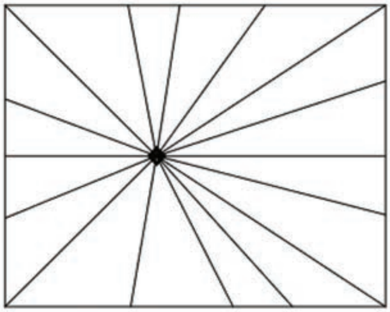
Distribuir para cada estudante uma folha de sulfite e uma régua. Iniciar um diálogo com os estudantes a respeito da propagação da luz. Desenhar, na folha de sulfite, uma figura representando uma lâmpada e depois construir com a régua o espaço que essa lâmpada iluminaria se fosse ligada. Espera-se que os estudantes façam desenhos similares à Figura 2.

Figura 1 - Imagem a ser projetada para os estudantes (Modelo 1)



Fonte: OBMEP (2007).

Figura 2 - Desenho esperado dos estudantes



Fonte: Autores.

2ª etapa: Agora que os estudantes já têm a noção de que a luz se propaga em todas as direções e em linha reta, distribuir para cada estudante uma cópia da planta (Figura 1). Utilizar o projetor para expor a situação-problema. Situação 1[39]. Imagine que você ganhará um quarto novo, e que esse quarto seja construído de acordo com a planta que está na Figura 1. Todos os ângulos entre as paredes são retos e a porta tem 90 centímetros de largura.

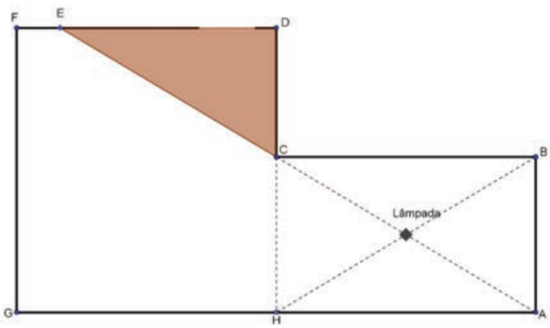
39 Questão adaptada. Retirada da Prova Nível 3 destinada aos estudantes do Ensino da 2ª Fase da OBMEP do ano de 2007. Disponível no site: http://www.obmep.org.br/provas.htm.

Uma lâmpada será colocada no teto, na posição indicada na Figura 1. Desenhe na planta a parte do chão que não será iluminada diretamente por essa lâmpada e encontre o valor da área dessa região.

3ª etapa: Após os estudantes terem realizado a primeira parte da situação proposta, espera-se que tenham a percepção de observar que o desenho que eles fizeram na planta forma um triângulo retângulo; neste momento, foi estimulado o conceito de semelhança entre os triângulos. Para isso eles devem construir uma relação entre as figuras formadas na planta.

4ª etapa: Observar como os estudantes estão relacionando os triângulos orientando-os para a utilização da planta, como apoio para essa observação. Espera-se que os estudantes possam construir algo similar à Figura 3.

Figura 3 - Ilustração do local não iluminado



Fonte: Autores.

5ª etapa: É o momento de finalização da atividade e de realização de uma dinâmica avaliativa. Propor uma troca de ideias com os estudantes. Verificar qual estudante conseguiu encontrar o valor da área desejada, analisar qual método ele utilizou para encontrar o resultado. Discutir com os estudantes as dificuldades e facilidades da situação-problema que foi proposta. Relembrar que algumas habilidades deveriam ser intuitivas com relação à parte não iluminada no desenho. Encontrar o valor dessa área que não foi iluminada diretamente pela lâmpada.

ANÁLISE DE DADOS E RESULTADOS

A aplicação da atividade foi realizada em três dias diferentes. Cada etapa da atividade com seu momento de referência.

- Primeiro momento – proposta da atividade para outro professor.
- Segundo momento – apresentação da atividade para os estudantes.
- Terceiro momento – apresentação da situação-problema.
- Quarto momento – discussão sobre a situação-problema e percepção da área não iluminada.
- Quinto momento – resolução do problema pelos estudantes por meio de conhecimento prévio adquirido.
- Sexto momento – resolução do problema pelo professor por meio de ferramentas matemáticas, de modo conceitual.

Primeiro momento: Solicitação da aplicação das aulas em uma turma de outra professora.

Como a atividade deveria ser aplicada para uma turma do ensino médio, houve a necessidade de procura por turma, uma vez que neste ano trabalhei apenas com turmas do ensino fundamental. Conversei com uma professora do período matutino e perguntei se ela poderia me disponibilizar uma das turmas para poder aplicar uma atividade. De início, a professora foi muito solícita, pois pensou que era apenas uma aula, porém falei que precisaria de no mínimo três aulas. Apesar de achar um quantitativo alto de aulas, a professora acabou aceitando. Marcamos então a atividade para as próximas aulas. Conversei com a professora a respeito da atividade, e falei que era preciso que os estudantes levassem ao menos uma régua. E, para ter mais participação dos estudantes, a professora conversaria com eles se comprometendo em atribuir uma nota para as atividades realizadas por eles nessas aulas.

Segundo momento: Apresentação da atividade para os estudantes.

Os estudantes estavam avisados que outra professora trabalharia com eles nas próximas três aulas. Quando cheguei à sala, montei o projetor, fiz minha apresentação e comecei a dialogar com os estudantes. Comentei sobre como eles imaginavam que era a distribuição da luz, ou seja, como eles imaginavam que a luz era distribuída no espaço. Após dez minutos de diálogo, distribuí as folhas com a situação-problema para cada estudante, desenhei na lousa e solicitei que eles desenhassem uma lâmpada no verso da folha, e como seria iluminado o espaço se esta lâmpada fosse acessa. Após analisar os desenhos dos estudantes, fui até a lousa e desenhei, utilizando régua, segmentos em torno na lâmpada que estava desenhada, escrevendo ao lado: “A luz se propaga em linha reta”.

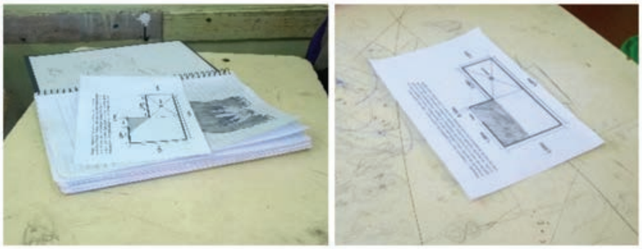
Terceiro momento: Apresentação da situação-problema.

Após escrever como funciona o direcionamento da luz, e explicar que a luz sempre se direciona em linha reta, liguei o projetor e fiz a leitura da situação que os estudantes trabalhariam a partir daquele momento.

Como a situação exige ser realizada em duas partes, expliquei a primeira parte, que seria pintar a área da planta em que a lâmpada desenhada não lançaria iluminação. Como esperado, muitos estudantes perceberam que a parte não iluminada seria uma parte do canto do quarto, parte essa que claramente formava um triângulo retângulo; porém alguns estudantes não encontraram essa parte, e sim um retângulo, ou mesmo todo o lado esquerdo do desenho da planta. Indaguei esses estudantes sobre como eles imaginaram que aquela parte não seria iluminada.

Um estudante me informou que no seu entendimento a lâmpada só iluminaria aquela região que estava no quarto, por isso o outro lado do quarto ficaria no escuro. Houve um momento de exaltação dos estudantes, pois muitos começaram a falar que não era daquele jeito, que a lâmpada iluminava o outro lado com certeza. Para resolver a situação, voltei para a lousa e solicitei que os estudantes pegassem as réguas e fossem traçando linhas em torno do ponto que representava a lâmpada na planta, e ressaltando para eles que a luz não ultrapassa as paredes, então teremos que o canto esquerdo não será iluminado. A Figura 4 mostra diferenças de interpretação dos estudantes na atividade.

Figura 4 - Atividade feita pelo estudante



Fonte: Autores.

Quarto momento: Discussão sobre a situação-problema e percepção da área não iluminada.

Definido agora o espaço que não seria iluminado pela lâmpada, restou o desafio do cálculo da área não iluminada (triângulo retângulo).

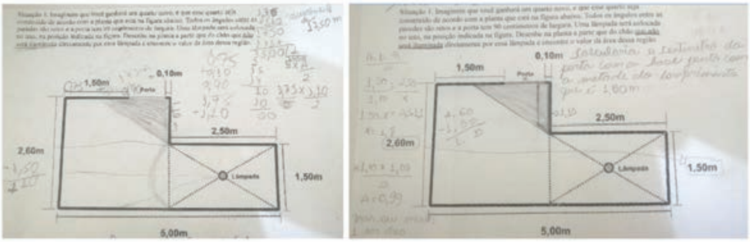
Após este desafio, o tempo de duração da aula se esgotou, e a atividade foi recolhida, para dar continuidade ao próximo encontro, quatro dias depois. Comecei a aula devolvendo as folhas para cada estudante e retomando as informações que havíamos obtido anteriormente, a área não iluminada pela lâmpada, restando aos estudantes a resolução do desafio.

Quinto momento: Resolução do problema pelos estudantes por meio de conhecimento prévio adquirido.

Como os estudantes já haviam desenhado na planta o triângulo, muitos de imediato já foram argumentando que era só usar a fórmula da área do triângulo. Alguns estudantes sabiam a fórmula e foram passando para os demais. Os estudantes foram buscando o resultado com base na fórmula do cálculo da área de um triângulo retângulo. Nesse momento, os estudantes estavam certos de que encontraram o valor da área, uma vez que tinham “tudo” para calcular esse valor: valor da base e da altura do triângulo. Desse modo, pouco a pouco foram terminando o cálculo da área que a lâmpada não iluminava.

Em vinte minutos todos os estudantes alegaram que já haviam terminado a atividade. Passei na mesa de cada um e fui verificando os valores que eles encontraram. Percebi que as atividades estavam bem similares, e aproveitei para indagar como eles encontraram os valores da altura do triângulo e da base. A resposta foi quase unânime. Os estudantes seguiram o processo realizado abaixo. A Figura 5 demonstra como os estudantes procederam à estimativa dos valores de base e altura do triângulo.

Figura 5 - Atividades de alguns alunos



Fonte: Autores.

Encontraram, como a base do triângulo que estavam analisando, o valor de 1,10 m – correto. Para a altura, encontraram o valor de 1,75 – errado. Com esses valores eles encontraram um valor de 0,96 m^2 para a área trabalhada.

Sexto momento: Resolução do problema pelo professor por meio de ferramentas matemáticas de modo conceitual.

O modo encontrado pelos estudantes para a resolução do problema foi simples. Na visão deles, a situação e o desenho da planta já informavam todos os valores necessários para a utilização da planta, eles apenas cometeram o equívoco de ter certeza do valor da altura do triângulo e E foi, justamente, nesse ponto que comecei a resolução do problema proposto.

Recolhi as folhas e mostrei para os estudantes que o valor que eles consideraram certo para a altura do triângulo era um erro, pois não podiam trabalhar com a medida utilizada, ou seja, a soma 0,75 + 0,90 + 0,10 = 1,75, uma vez que o ponto exato que a lâmpada não iluminaria era incerto, visualmente, tal como eles pensaram.

Para dar continuidade à resolução dos estudantes, e corrigir apenas o ponto que erraram, argumentei que era preciso encontrar o valor correto da altura, e isso poderíamos encontrar através da relação entre dois triângulos. Desenhei na lousa os dois triângulos e trabalhei a proporção entre os lados dos triângulos desenhados; desse modo, seria possível encontrar o valor desejado, com exatidão, sem ficar analisando medidas erroneamente.

Foi necessário aplicar apenas semelhança de triângulos. A segunda aula da atividade acabou nesse momento.

Para continuar com a atividade, voltei a trabalhar com os estudantes uma semana depois. Encontrei o momento ideal para estimular outras maneiras de se calcular o valor da área do triângulo.

Trabalhando com o conceito de semelhança de áreas de triângulo, dialoguei com os estudantes que eles poderiam calcular o valor da área de um triângulo caso conhecessem o valor da área de um triângulo semelhante a esse.

No caso da situação que desenvolveram, possuíam dois triângulos semelhantes, um com o valor da base e da altura; logo, poderia ser calculada a sua área.

Desse modo, para encontrar o valor da área que desejavam, bastava aplicar o produto da razão de semelhança pelo valor da área do segundo triângulo.

Após expor a resolução na lousa, e tirando todas as dúvidas que ainda restavam, solicitei que eles copiassem da lousa, como parte da última etapa da atividade, duas questões para resolverem de acordo com que foi trabalhado nas aulas que ministrei. De início, os estudantes argumentaram que não precisavam de mais exercícios, porque já tinham feito a solução do problema, mas enfatizei que essas questões seriam de avaliação para a atividade, ou seja, para verificar qual o entendimento deles em relação ao conteúdo matemático.

Como planejado, passei as questões e dei um tempo para os estudantes copiarem. Como já havia conversado com a professora da sala, essa última atividade ficaria no caderno deles, assim, ela poderia avaliar e atribuir uma nota para os estudantes que participaram de fato da atividade.

Ao término da aula, analisei que os estudantes conseguiram, com certa dificuldade, determinar e identificar os elementos dos triângulos a partir da situação abordada, e assimilar o conceito de semelhança de triângulos.

Questões para Avaliação da Atividade

1. Os lados de um triângulo medem 12 cm, 18 cm e 20,4 cm. O maior lado de um triângulo semelhante ao primeiro mede 15,3 cm. Determine a área do segundo triângulo sabendo que a área do primeiro é $23{,}04\sqrt{11}$ cm².

2. Os perímetros de dois triângulos semelhantes são, respectivamente, 16 cm e 48 cm. Calcule a área do segundo triângulo sabendo que a área do primeiro é 20 cm².

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Segundo o texto colocado no referencial curricular de matemática para o ensino médio, a escola não tem como função realizar a formação de matemáticos, e sim mostrar-se como um instrumento de aplicações no contexto social do estudante. Portanto, desenvolver atividades que se associem ao cotidiano é essencial para o aprendizado dos componentes curriculares trabalhados pela escola.

De acordo com o referencial de Matemática para o Ensino Médio do Estado de Mato Grosso do Sul, está na grade curricular do 9º ano o conteúdo de razão e proporção, e semelhança de polígonos, no bloco de grandezas e medidas, sugeridos para serem trabalhados no 4º bimestre. E, para o 1º ano do ensino médio, no bloco de geometria, existe o conteúdo de semelhanças de triângulos, sugerido para ser trabalhado no 4º bimestre. Logo, os estudantes que estão no 1º ano do ensino médio devem, teoricamente, dominar a comparação de grandezas por meio de razão e proporção, reconhecer que a razão de dois segmentos é a razão dos números que expressam suas medidas e resolver problemas que envolvam a razão entre polígonos. E, para concluir o 1º ano do ensino médio, os estudantes devem saber utilizar o conhecimento de geometria para compreender a leitura, fazer representação sobre a situação e realizar a solução de problemas do seu cotidiano.

Portanto, na situação desenvolvida pela atividade relatada, trabalhou-se com os estudantes a semelhança de triângulos e o uso da razão de semelhança para encontrar o valor da área de um triângulo, conteúdo ainda não estudado pelos estudantes em 2015.

O objetivo da atividade não era buscar uma resposta correta para tal situação, e sim construir uma motivação para os estudantes se envolverem na atividade, e com suas próprias estratégias buscarem a resolução. Uma vez que estava prevista uma avaliação com questões técnicas sobre os conceitos trabalhados, vejo que os conhecimentos adquiridos pelos erros cometidos foram corrigidos com base na resolução das questões pós-resolução da situação. O que torna a metodologia de resolução de problemas interessante é justamente a liberdade que o estudante tem de poder errar, sem a intervenção e o direcionamento sistemático do professor.

Verificar a ocorrência de um erro e expor uma situação semelhante já resolvida seria o mesmo que falar para o estudante: “Você está errando na sua resolução, isso não pode acontecer. Vou te mostrar uma situação semelhante e vou resolvê-la. Segue o caminho que estou fazendo, que você não errará no seu. Ou seja, faça igual, não construa nada de diferente, pois o importante é a resposta certa”.

REFERÊNCIAS

OBMEP. **Provas e soluções.** 2007. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/provas.htm>. Acesso em 15 de out. de 2015.

16 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: RELATO DE UMA AULA DE GEOMETRIA ANALÍTICA SOBRE DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS

Jusiane Cristina da Silva[40]
João Vitor Teodoro[41]

INTRODUÇÃO

Este trabalho refere-se a uma aula inédita utilizando o método de resolução de problemas, aplicada para uma turma do terceiro ano do ensino médio da Escola Estadual Fernando Corrêa onde sou professora há dois anos. É uma escola conceituada na cidade de Três Lagoas/MS, com a melhor nota no IDEB (Índice de desenvolvimento educacional brasileiro) das escolas públicas do município. Os alunos são participativos, de modo que a maioria é formada de alunos interessados pelos conteúdos ministrados em sala de aula.

Como a temática escolhida para a aula foi um tema que é a base da geometria analítica, julguei ser interessante utilizar resolução de problemas para ministrar esse conteúdo.

A base da geometria analítica encontra-se na distância entre dois pontos, pois muitos conceitos são inerentes a esse. Portanto, compreender a expressão algébrica para o cálculo da distância entre dois pontos colabora para uma compreensão fidedigna de outros conceitos da geometria analítica. A distância permeia todos os conceitos da geometria analítica, pois nesta área da matemática temos a relação de elementos geométricos com os algébricos, e o elemento básico da geometria, o ponto.

PLANEJAMENTO E APLICAÇÃO DA AULA

Segundo Onuchic (1999), não há formas rígidas de se trabalhar através da resolução de problemas em sala de aula de Matemática. Porém, visando a uma forma de ajudar os professores a empregar essa metodologia em suas aulas, em 1998, com a participação de 45 professores participantes de um

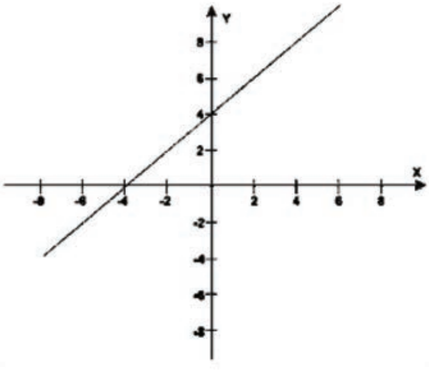
40 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio. E-mail: jusianecs@hotmail.com.
41 Professor doutor na Universidade Federal do Triângulo Mineiro. E-mail: joao.magda@gmail.com.

Programa de Educação Continuada, foi criado um Roteiro de Atividades que permitia fazer uso dessa metodologia, promover mais entusiasmo em suas salas de aula e fazer com que os alunos vissem a matemática com um olhar mais confiante. Esta versão inicial do roteiro para implementação de um trabalho através da resolução de problemas se compunha das seguintes etapas: formar grupos e entregar uma atividade; registrar os resultados na lousa; realizar uma plenária; analisar os resultados; buscar um consenso; fazer a formalização (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009). Com base nesse roteiro, planejei minha aula seguindo essas etapas.

Primeiramente, foi dada uma folha para cada aluno com uma questão da prova de matemática do ENEM de 2011 sobre distância entre dois pontos (questão número 150 da prova azul), sendo solicitado que cada aluno tentasse resolver a questão sem que o professor a explicasse. Vale destacar que os alunos já tinham noção de ponto, plano cartesiano e ponto médio de um segmento, porém os conceitos de distância entre pontos ainda não haviam sido sistematizados.

ENEM 2011 – Questão 150 – Prova Azul: Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas seguinte, esse bairro localiza-se no segundo quadrante e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros.

Figura 1 - Gráfico da questão



Fonte: Autores.

A reta de equação y = x + 4 representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade. No ponto P = (-5, 5), localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior que 5 km. Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seria automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a construção no ponto:

a) (-5, 0)
b) (-3, 1)
c) (-2, 1)
d) (0, 4)
e) (2, 6)

Para realizar esta atividade, foram necessárias três aulas de cinquenta minutos, contamos com a participação de 32 alunos, e eu, como professora regente, utilizando o quadro branco para explanação sobre o problema pelos alunos e pelo professor.

A maioria dos alunos mostrou interesse na resolução do problema, uns começaram a perguntar como resolveriam a questão, outros, tentando resolver, começaram a perguntar se a resposta estava correta; por outro lado, alguns alunos não demonstraram interesse em resolver o problema, falaram que não sabiam como resolver e não queriam tentar; iriam esperar minha explicação. Foram dados 25 minutos da primeira aula para que os alunos tentassem resolver o problema. Após os 25 minutos, solicitei que formassem grupos de no máximo seis alunos para debater os resultados obtidos e chegarem a um resultado final. Foram formados quatro grupos de cinco alunos e dois grupos de seis alunos.

Com os grupos formados, pude perceber que alguns alunos ficaram um pouco distraídos, começaram a conversar sobre assuntos não relacionados ao que foi ministrado, e tive que chamar a atenção para que os mesmos se concentrassem no que foi solicitado. Notei, porém, que outros grupos debatiam sobre o problema, discutiam sobre o resultado obtido por eles para chegarem a um consenso sobre a resposta final.

Assim, os alunos tiveram a primeira aula para tentar resolver o problema individualmente e chegar a uma resolução do mesmo em grupo.

Na segunda aula, pedi para que cada grupo nomeasse um ou dois representantes para que explicassem como chegaram ao resultado final do problema proposto. Ao solicitar que os alunos fossem ao quadro apresentar a resolução, logo começaram a reclamar, falando que não sabiam explicar. Notei que os alunos têm receio de ir ao quadro explicar algo, sentem-se inseguros; tive que incentivá-los falando que não haveria problema se a resolução estivesse errada, já que o intuito da aula era ver qual foi o raciocínio utilizado por eles e não se a resolução estava certa ou errada.

Dividi o quadro em seis partes iguais para que todas as resoluções ficassem no mesmo, duas resoluções tiveram o mesmo resultado (alternativa b), as outras quatro tiveram resultados diferentes. A segunda aula terminou juntamente com a resolução de todos os grupos. Com isso, destaquei que na próxima aula iria resolver o exercício no quadro, e após a resolução seria dada a definição formal de Distância entre Dois Pontos. Os alunos ficaram eufóricos, queriam saber qual resultado estava correto, falavam que iam pesquisar no Google, não queriam me deixar sair da sala, pedindo que eu ficasse para fazer a resolução do problema. Notei que após a apresentação da resolução de todos os grupos na lousa, aumentou o interesse dos alunos pela questão proposta. Eles ficavam disputando, falando que a resolução deles estava certa e as dos outros não.

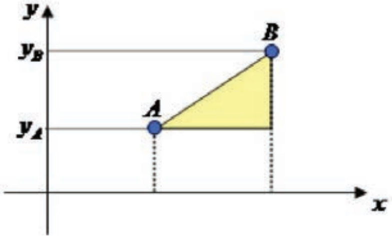
Na terceira aula, que ocorreu no dia 03/11/2015, os alunos já estavam me esperando na porta da sala de aula, perguntando qual era a solução do problema, outros falando que tinham pesquisado no Google. Fiquei feliz, pois vi que alguns alunos gostaram da aula anterior e se interessaram pelo conteúdo.

Comecei a aula mostrando que havia duas formas de resolver o exercício: a primeira, utilizada pelos alunos dos dois grupos que obtiveram a mesma resposta e fizeram uso da lógica, explicando que apenas os pontos (-3,1), (0,4) e (2,6) são pontos da equação y = x + 4, e como o ponto P (-5,5) onde se localiza o hospital público está localizado no segundo quadrante do plano cartesiano que nos leva ao ponto (-3,1), o único ponto que pertence à reta y = x + 4, que está no segundo quadrante, com isso chegamos à alternativa b.

Antes de apresentar a segunda fórmula, expliquei a definição de distância entre dois pontos, e como chegamos à fórmula que utilizamos para calcular a distância entre dois pontos:

Dado o plano cartesiano, vamos estabelecer a distância entre os pontos A e B.

Figura 2 - Plano cartesiano com pontos A e B



Fonte: Autores.

Podemos observar que os pontos possuem coordenadas, sendo os pontos A(xa,ya) e B(xb,yb); note a formação do triângulo retângulo ABC, onde os lados BC: cateto, AC: cateto e AB: hipotenusa. Verificamos que a distância entre os pontos A e B é a hipotenusa do triângulo retângulo, que pode ser calculada aplicando o Teorema de Pitágoras. Com o auxílio da álgebra e de conhecimentos geométricos, podemos generalizar e construir uma fórmula que determine a distância entre dois pontos no plano.

Cateto BC: yb – ya

Cateto AC: xb – xa

Hipotenusa AB: distância (D)

Pelo teorema de Pitágoras temos: "O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos".

$$D^2 = (xb - xa)^2 + (yb - ya)^2$$

$$D = \sqrt{(xb - xa)^2 + (yb - ya)^2}$$

Tendo o conhecimento da fórmula para calcular a distância entre dois pontos, expliquei para os alunos que a segunda forma de resolver o problema é substituindo os pontos dados no problema na fórmula e ver em qual ponto a distância era menor do que 5, pois o problema pedia que a medida em linha reta do metrô ao hospital fosse menor que 5 e o único ponto pertencente à reta onde a distância é menor que cinco é o ponto (-3,1).

Alguns alunos não se interessaram muito pela explicação, mas a maioria prestou atenção, comparando a resposta deles com as duas formas de resolução que apresentei no quadro. Os dois grupos que tiveram a mesma resposta, e acertaram, comemoraram. Deu para notar a felicidade no rosto deles, e isso é muito prazeroso para um professor.

Os grupos que apresentaram a solução correta do problema utilizaram, como estratégia, substituir todos os pontos dados nas alternativas do problema na equação e, por estimativa, ver o ponto que melhor se adequava ao que foi solicitado pelo problema; os outros grupos utilizaram a mesma estratégia, porém, não conseguiram chegar à resposta correta, uns por não conseguirem interpretar o que o problema pedia, outros, por preguiça de substituir pontos no plano cartesiano, preferiram "chutar" uma resposta para o problema.

Após a formalização do conceito de distância entre dois pontos, expliquei como era utilizada a fórmula, e passei três exemplos; após a resolução dos exemplos, entreguei uma lista de exercícios para que cada aluno a resolvesse.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Pude perceber que aulas planejadas utilizando o método de resolução de problemas são mais produtivas do que aulas convencionais; porém é necessário um pouco mais de tempo para que o professor possa planejar suas aulas. Por mais que alguns alunos não demonstrem interesse, percebi que a maioria gostou, tendo assim um melhor rendimento do conteúdo ministrado.

Analisando as aulas como um todo, notei que o aproveitamento foi melhor do que nas aulas normais, em que o conteúdo ministrado é um tanto quanto "chato" para os alunos, já que a geometria analítica trabalha tanto com a parte algébrica, quanto com a parte geométrica do raciocínio. E percebi que o interesse deles foi maior, creio, pela forma que apliquei a aula, que a tornou mais produtiva.

Pretendo continuar o trabalho com esse conteúdo, utilizando o método de resolução de problemas. Contudo, vale ressalvar que é preciso escolher um problema que estimule os alunos a pensar; em média, são necessárias três aulas para começar um conteúdo utilizando tal método.

Assim, como os bimestres são muito rápidos, deve-se encontrar um meio de conciliar a aplicação do método de resolução de problemas nas aulas e encontrar tempo para aplicar no mínimo duas provas dissertativas, que são exigidas pela escola.

Já empreguei o mesmo método com uma turma do 6º ano e, por incrível que pareça, o resultado foi melhor do que com a do 3º ano do ensino médio. Esses resultados exitosos me levam a crer que a utilização de tal metodologia com todos os anos no ensino fundamental e médio seja importante para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem. Por meio dela, o aluno começa a "aprender a pensar" desde cedo, o que auxilia no melhor entendimento dos conteúdos como um todo, não só na área de matemática como em todas as áreas.

CONCLUSÕES

Sabemos que a resolução de problemas está presente no ensino desde tempos remotos, em civilizações antigas, como os egípcios, chineses e gregos. Contudo, a Educação Matemática é relativamente nova e o acúmulo de conhecimento sobre o ensino de Resolução de Problemas tem sido lento (STANIC; KILPATRICK, 1990). Esse fato é observado quando aplicado o método de resolução de problemas para ministrar a aula: os alunos afirmam que o trabalho foi diferente do que estavam habituados a realizar em sala, onde o professor explica o conteúdo, passa exemplos e exercícios.

A resolução de problemas exigiu uma demanda cognitiva maior do que eles estavam habituados a desenvolver, como: pensamento lógico, criatividade, expressão oral e escrita. Desta forma, a pouca familiarização dos alunos com o processo dificultou um pouco o desenvolvimento da atividade. Isso denota ser necessário um maior e mais frequente uso da metodologia de resolução de problemas, uma vez que a complexidade demanda atitudes inovadoras dos professores para o seu trabalho em sala de aula.

Pelo exposto, pode-se concluir que a aula teve um bom aproveitamento: além de os alunos gostarem dessa forma de trabalhar, consegui fazer com que pensassem e tentassem encontrar caminhos lógicos para o resultado final do problema. Foi bom ver a participação deles, o interesse pela resolução do problema, e pelo conteúdo.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando matemática na sala de aula através da resolução de problemas. **Boletim Gepem**, v. 55, p. 133-154, 2009.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p.199-220.

STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematical Curriculum. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Eds.). **The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving. Reston**, VA: NCTM, 1990. p.1-22.

17 UMA AULA SOBRE FUNÇÃO DO 1º GRAU UTILIZANDO A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Carla Jussara de Oliveira Winckler[42]
João Vitor Teodoro[43]

INTRODUÇÃO

A Resolução de Problemas é um caminho para o ensino de matemática, permitindo aos estudantes explorar situações em que precisem desenvolver algum tipo de estratégia, tornando-se protagonistas de seu próprio processo de adquirir conhecimento.

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais

> [...] os problemas não têm desempenhado seu verdadeiro papel no ensino, pois, na melhor das hipóteses, são utilizados apenas como forma de aplicação de conhecimento adquirido anteriormente pelos alunos. Na prática mais frequente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que se foi ensinado. Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas. (BRASIL, 1998, p. 32).

Os problemas não necessariamente precisam de regras e de fórmulas para serem resolvidos, os estudantes podem resolvê-los através de experiências realizadas em seu cotidiano e do conhecimento prévio; deste modo, o processo de aprendizagem, ao invés de mecânico, tornando-se construtivista e prazeroso.

O problema não consiste em um exercício que o estudante desenvolve de forma mecânica: o estudante é levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a sistematizar a situação que lhe é apresentada através do conhecimento adquirido.

Porém, não basta apenas ensinar a resolver problemas, mas incentivar o estudante a explorar as situações-problema, partindo da realidade que

---

42 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.
E-mail: carminhawinckler@hotmail.com.
43 Professor doutor na Universidade Federal do Triângulo Mineiro. E-mail: joao.magda@gmail.com.

o cerca, percebendo que os problemas merecem dedicação e estudo, pois, incentivar o hábito pela problematização é buscar por respostas a seus próprios questionamentos, como forma de aprender.

METODOLOGIA E APLICAÇÃO

No momento em que o professor adota a metodologia da Resolução de Problemas, seu papel será de facilitador, incentivador e mediador das ideias apresentadas pelos estudantes, de modo que as aulas sejam produtivas, levando os estudantes a pensarem e a desenvolverem seus próprios conhecimentos.

É fundamental desenvolver um ambiente de exploração em que os estudantes tenham como prioridade buscar descobertas, deixando claro que o mais importante é o processo de aprendizagem e não a resposta final.

Na Resolução de Problemas não basta o estudante somente ler: deve haver leitura interpretativa e coerência, com vontade de compreender o que se pede, pois, somente compreendendo o que se pede no problema, é que se chegará à sua solução, e cada estudante estabelece sua lógica própria.

Um dos aspectos fundamentais de sala de aula é que durante a resolução de problemas o mediador deve observar de que forma está sendo realizada a resolução, com o intuito de estimular que os estudantes disponham de bagagem para chegar à resposta. A questão fundamental é distinguir se o estudante está apto ou não, se domina um processo imediato para resolver o problema, se conhece o processo, e se é capaz de usá-lo. Os exercícios têm a finalidade de colocar em prática os conhecimentos já adquiridos anteriormente, com o propósito de consolidar o conhecimento.

Será explicada a apresentação contextualizada do conteúdo que foi trabalhado sobre função do 1° grau. Foi ensinada a notação e o conceito de pares ordenados, bem como a visualização gráfica dos pontos e a relação entre os elementos de dois conjuntos. Cada elemento do primeiro conjunto é chamado de domínio, e cada um deles possui apenas uma imagem.

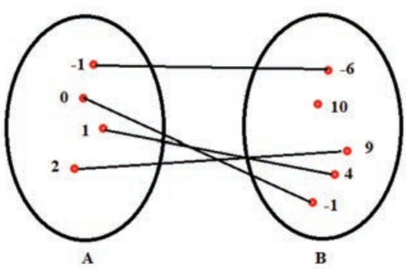
A sintetização do conteúdo foi feita de maneira formal, e os objetivos pretendidos com a situação-problema foram: apresentar contextos para que haja significado para os estudantes, tornar a resolução de problemas mais prazerosa e interessante, com o intuito de explorar e estabelecer novas estratégias; usar o software Winplot com o objetivo de explorar os gráficos das funções, visualizados por vários ângulos e, depois, analisados.

Após a conclusão dos estudantes na realização dos problemas, o mediador pode discutir os diferentes caminhos que foram traçados durante a resolução, incentivando, compartilhando e estimulando os colegas. E, para finalizar o conteúdo, aplicar uma lista de exercícios para estimular a aprendizagem com um novo procedimento.

O trabalho aqui relatado foi desenvolvido com uma turma de 23 alunos do primeiro ano do ensino médio, na Escola Estadual Aral Moreira (MS). A experiência foi desenvolvida na sala de aula e na sala de tecnologia (STE).

Num primeiro momento, foram expostos conceitos e notações sobre pares ordenados e sobre a função do 1º grau. Foi dito que função é uma relação entre os elementos de dois conjuntos, sendo que os elementos do primeiro conjunto formam o domínio, e cada um deles possui apenas uma imagem, e que o objetivo da função é relacionar a cada valor de x um valor f(x) conforme a Figura 1.

Figura 1 - Diagrama



Fonte: Autores.

Além disso, o diagrama representa uma função de A em B, onde cada elemento do conjunto A está associado a apenas um elemento do conjunto B. Podemos dizer então que o domínio, imagem e contradomínio dessa função são respectivamente:

D(f) = {-1, 0, 1, 2}, ou o próprio conjunto A (D (f) = A).

Im (f) = {-6, 9, 4, -1}.

CD (f) = {-6, 10, 9, 4, -1}, ou o próprio conjunto B.

Num segundo momento, os estudantes realizaram a leitura do seguinte problema:

“Um motorista de táxi cobra R$ 3,00 de bandeirada (valor fixo), mais R$ 0,50 por quilômetro rodado (valor da variável). Determine:

a) Qual o valor de corridas de 15, 16,17 e 18 km?

b) Qual a representação desses pontos no plano cartesiano?

c) Qual a fórmula que calcula o valor da corrida em função da quilometragem?
d) Como representar esta fórmula no gráfico, ou seja, a ligação entre todos os possíveis pontos?
e) O valor cresce ou diminui conforme aumenta a quilometragem?"

Os estudantes perguntaram o que significa "bandeira" de quilometragem? Expliquei que é a taxa fixa que os taxistas cobram de início sem percorrer nenhum quilômetro; alguns estudantes usaram o raciocínio lógico e disseram: "Então, é somente alterar os quilômetros que irei percorrer, porque cada quilômetro rodado custa R$ 0,50, mais a bandeira, que custa R$ 3,00, que são valores fixos; logo, o único valor que mudará será o total de quilômetros que irei percorrer". Seguindo esse raciocínio, analisaram todo o contexto estudado anteriormente.

Era bastante provável que demorariam um pouco para encontrar a regra, mas, quando a observaram, notaram que ficou muito fácil aplicá-la. Tendo como objetivo compreender e resolver problemas que envolvem duas grandezas e expressem situações e problemas em linguagem algébrica, 70% da sala atingiu o objetivo.

Num terceiro momento, preparei um vídeo sobre "noções de funções", e os estudantes realizaram uma lista de exercícios para solidificar o seu conhecimento.

Num quarto e último momento, fomos para sala de tecnologia, e utilizamos o software Winplot, quando os estudantes sentiram um pouco de dificuldade, pois nunca tinham utilizado um software de função.

Ocorreram alguns contratempos, pois alguns computadores não ligavam e tínhamos somente uma aula; então, fomos para a sala de multimídia, e realizamos as atividades em conjunto.

No final, o software Winplot tornou a construção gráfica mais interessante, e os estudantes participaram, debateram e finalizaram o conteúdo de forma positiva.

CONCLUSÃO

Por meio desta metodologia aplicada com os estudantes do ensino médio, certificou-se que os objetivos propostos foram alcançados com êxito, pois foi possível perceber que os discentes utilizaram seus conhecimentos matemáticos como recurso para interpretar, analisar e resolver problemas em diversos outros contextos.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)**: Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental. Brasília: MEC-Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

SILVA, M. N. P. **Mundo Educação.** Problemas envolvendo funções do 1° grau. Disponível em: <http://www.mundoeducacao.com/matematica/problemas-envolvendo-funcoes-1-grau.htm>. Acesso em 15 de nov. de 2015.

18 O ENSINO DE SEQUÊNCIAS PARA ALUNOS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO: UMA ABORDAGEM POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Carolini Casarini Cardoso [44]
João Vitor Teodoro[45]

INTRODUÇÃO

Sabendo da necessidade de se estimular o aluno na aprendizagem de matemática, buscam-se constantemente novas metodologias de ensino. A metodologia de Resolução de Problemas surge da necessidade de tornar o aluno construtor do seu conhecimento, pois essa metodologia permite que o aluno crie suas próprias estratégias de resolução, tornando-o autor, e estimulando o seu interesse ativo pela disciplina em questão.

Todavia, ressaltamos que, por se tratar de uma aula com somente uma (01) tarefa matemática, esta é uma experiência de ensino que aponta resultados iniciais relativos ao desenvolvimento do pensamento algébrico, e é preciso investir em um longo percurso com uma sequência de tarefas matemáticas, para se obterem dados mais abrangentes (MATOS; PONTE, 2008; BRANCO, 2008).

Diante dos princípios da Resolução de Problemas mencionados, e sabendo da importância do ensino-aprendizagem significativo, optou-se pela elaboração de uma aula sobre “sequência e regularização de padrões” para alunos no 1º ano do ensino médio.

PLANEJAMENTO E APLICAÇÃO DA AULA

A realização desta tarefa ocorreu em Aulas Eletivas I (AEI). Por ser uma tarefa que permite múltiplas resoluções, pretende-se, por meio dela, intensificar o diálogo em sala de aula e permitir ao aluno que crie suas próprias estratégias.

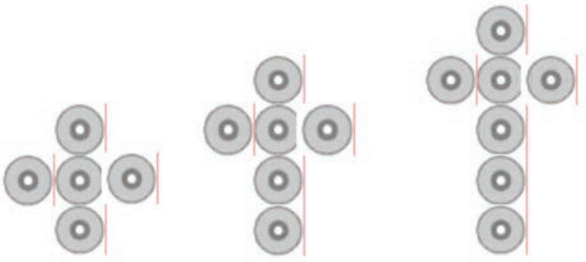
---

44 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.
E-mail: casarini.carolini@gmail.com.
45 Professor doutor na Universidade Federal do Triângulo Mineiro. E-mail: joao.magda@gmail.com.

A aula se concentrou na tarefa adaptada de BRANCO (2008, p. 241):

Problema 1. Observe a seguinte sequência:

Figura 1 - CDs do Problema 1

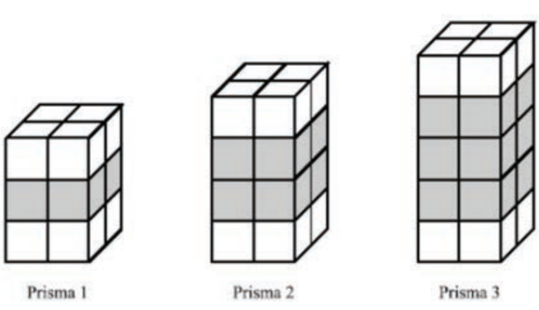


Fonte: Branco (2008).

a) Represente a próxima figura da sequência.
b) Quantos CDs constituem a figura que está na posição 11? Justifique sua resposta.
c) Qual a posição da sequência ocupada pela figura com vinte e sete CDs? Explique como chegou a essa conclusão.
d) Descreva como você pode construir a figura número 32.
e) Escreva uma expressão que represente o número de CDs que constituem uma figura de qualquer posição.

Problema 2. A seguinte sequência apresenta prismas constituídos por cubos brancos e cinzas.

Figura 2 - Cubos do Problema 2



Fonte: Branco (2008).

a) Quantos cubos brancos têm o prisma 4? E quantos cinzas?
b) Verifique se existe um prisma com 36 cubos no total. Caso exista, qual a posição da sequência desse prisma.
c) Faça uma fórmula que represente o número de cubos cinzas do prisma n.
d) Apresente uma fórmula para o número total de cubos do prisma n.
e) Verifique se a fórmula 4(n+2) também representa o número total de cubos do prisma n. Justifique sua resposta.

A atividade foi proposta com as seguintes etapas:

Etapa 1: Formação de duplas para resolução da tarefa proposta.

Etapa 2: Entrega da tarefa às duplas, com leitura coletiva; pretendeu-se, nesse momento, esclarecer dúvidas sobre o enunciado e nortear o aluno para a sua resolução, viabilizando uma compressão da tarefa.

Etapa 3: Monitoramento da resolução da tarefa; momento destinado a monitorar e a observar a colaboração no andamento da tarefa, sem fornecer respostas. É importante ressaltar que o professor, nesse momento, deve conduzir e questionar o aluno com perguntas que lhe auxiliem a criar estratégias, tais como “Como chegou a esse resultado?”, “Como posso obter esse resultado?”, “Existe algo que sempre se repete? O que é?”. Sempre mencionando a necessidade de se escrever e justificar todos os passos para a resolução da tarefa.

Etapa 4: Nessa última etapa, foi realizada a resolução da tarefa na lousa, utilizando as respostas encontradas pelos alunos, generalizando, e exemplificando os métodos utilizados.

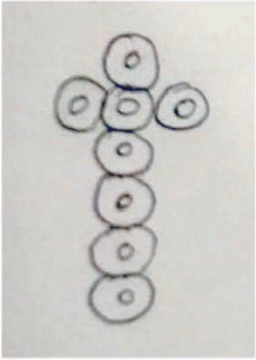
RESULTADOS E DISCUSSÃO

A análise foi realizada por meio de duas resoluções, selecionadas da observação de aspectos como: o desenvolvimento de padrões, a sequência, e a generalização do pensamento algébrico. Foram escolhidos dois alunos, nomeados, aqui, A e B, a partir da aproximação geral do resultado esperado pela sala, que resolveu, na sua totalidade, a tarefa proposta. No Problema 1a, tanto o aluno A como o aluno B perceberam que os CD´s acresciam, a cada nova figura e, com embasamento nas figuras dadas, desenharam e apontaram a quantidade correta de CD´s que a próxima figura teria. No Problema 1b, o aluno A desenhou a sequência para representar a quantidade de CD´s que a figura da sequência 11 teria. Porém, o aluno B demostrou familiaridade com a generalização, ao responder, diretamente: “Quinze CD´s”.

Os alunos utilizaram de seus conhecimentos prévios para a resolução desta questão. Um dos alunos disse, inclusive: “Professora, isso não parece tão novo, eu já fiz alguma coisa parecida algum dia, não sei quando (risos)”.

A Figura 3 apresenta a solução por parte de um dos discentes:

Figura 3 - Solução do problema dos CDs por um aluno



Fonte: Autores.

Já no Problema 1c, cujo objetivo era fazer com que o aluno conseguisse perceber o padrão e, assim, saber a posição ocupada pela figura com vinte e sete CD´s, o aluno A, inicialmente, respondeu que havia trinta e um CD´s, mas, após a leitura da questão, novamente, respondeu: “É só fazer 27 – 4; já sei!”.

O Problema 1d tinha como intuito fazer com que o aluno escrevesse um padrão que chegasse a uma conclusão para números maiores de CD´s; assim como nas demais questões, o aluno A mostrou maior dificuldade em generalizar sem desenhar; realizou o rascunho, e disse: “Eu sei, até sei (risos), mas preciso desenhar professora, para ter certeza”.

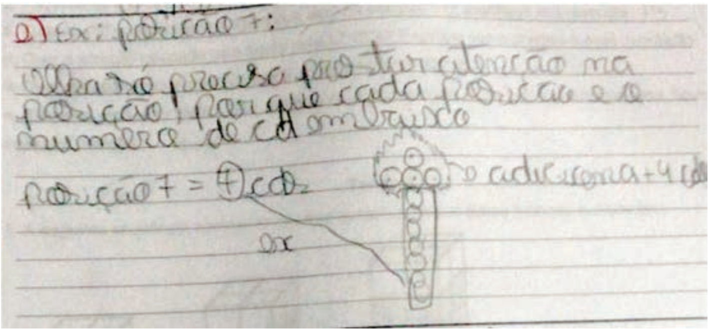
Por meio do desenho, concluiu: “Nem precisava tanto: podia ter tirado a de cima, e pronto, já tinha feito isso antes”.

O aluno B respondeu imediatamente: “A figura de número 32 terá trinta e seis CD´s, trinta e dois da figura e quatro, que está fixo”.

O Problema 1e tinha como intuito promover a percepção da regularização da sequência, tornando o aluno capaz de formular um padrão em linguagem matemática.

O aluno A, que conseguiu generalizar na tarefa 1d, respondeu: “4+z”. O aluno B, que parecia estar mais familiarizado com a generalização, apresentou bastante dificuldade durante a resolução, e mencionou: “4 fixado, e 8 embaixo”, “4 fixado, e 12 embaixo”, e, após uma longa discussão com seu colega, chegou à conclusão: “4 fixado + a posição dos CD´s embaixo”.

Figura 4 - Solução do problema 1e por um aluno



Fonte: Autores.

O objetivo do Problema 2a era que os alunos percebessem o que acontecia com o prisma, de acordo com sua sequência. O aluno A e o aluno B responderam: “8 brancos e 16 cinzentos”.

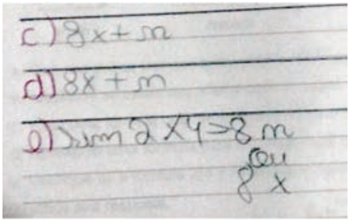
O objetivo do Problema 2b era que os alunos chegassem a uma conclusão sem desenhar o prisma; ambos os alunos chegaram à conclusão: “Posição 7”.

O Problema 2c, de modo geral, foi a situação que gerou mais dúvidas, pois os alunos estavam “formulando” uma expressão para todo o prisma, não só para os cubos cinzentos. Porém, a intervenção docente fez com que o aluno A respondesse: “2x, x é a posição professora”. E o aluno B respondesse: “2 vezes x, porque é sempre assim”.

O Problema 2d foi de fácil resolução, e todos chegaram à generalização. Tanto o aluno A, como o aluno B responderam: “8+2x”.

Após o problema 2c, para que os alunos compreendessem o processo correto de resolução, foi necessária intervenção. Questionamentos foram levantados, tais como: “Um prisma n é um prisma de qual posição? O que esse n significa nesse contexto?” e “Esse sólido possui cubos só na frente? E os cubos da parte de trás do sólido não fazem parte?”.

Figura 5 - Solução dos problemas 2c, 2d e 2e por um aluno



Fonte: Autores.

Por fim, no Problema 2e, que tinha como objetivo perceber como uma única fórmula pode ser escrita de várias formas, o aluno A respondeu: “4 × 2 = 8 + x, não sei se dá para entender, mas eu sei que é a mesma coisa”. O aluno B disse: “Sim, porque vale a propriedade da distribuição, já aprendi isso, eu lembro”.

Durante o processo de sistematização no quadro, foram utilizadas respostas de ambos os alunos aqui mencionados e, de modo geral, percebeu-se que alguns discentes manifestaram aspectos de pensamento algébrico, além da percepção com a generalização de padrões e sequências por meio de uma figura. Como houve erros nas resoluções dos problemas 2c, 2d e 2e, a sistematização foi de grande auxílio para uma maior compreensão da tarefa, e ela se deu por etapas, sendo elas:

- Anotar no quadro as respostas obtidas pelos alunos: “4 × 2 = 8 + x”.
- Questionar a justificativa utilizada por eles: “Sim, porque vale a propriedade da distribuição, já aprendi isso, eu lembro”.
- Salientar a necessidade da observação, pois se trata de um sólido geométrico.
- Formalizar a resposta correta.

A formalização aconteceu com o auxílio de uma lousa digital, onde foi projetada a imagem dos prismas e, com a imagem, questionamos o caminho correto da resolução dos problemas:

1 - No primeiro prisma o que podemos observar? Quantos cubos cinzas e quantos cubos brancos? 4 *cinzas* e 8 *brancos*

2 - No segundo prisma, o que podemos observar? Quantos cubos cinzas e quantos cubos brancos? 8 *cinzas* e 8 *brancos*

3 - No terceiro prisma, o que podemos observar? Quantos cubos cinzas e quantos cubos brancos? 12 *cinzas* e 8 *brancos*

4 - O que podemos observar? Quais elementos dos prismas permanecerão iguais e quais se alteraram? *Os cubos brancos permaneceram iguais, sempre* 8; *já os cinzas aumentaram*.

5 - Com essa observação vamos generalizar uma fórmula: 8+4 *cubos cinzas* × número da figura.

Nesse momento, vários alunos começaram a testar a fórmula, a ver se ela realmente "funcionava", e em consenso disseram que realmente, por meio dessa fórmula, poderiam encontrar qualquer figura deste prisma.

Ainda restavam dúvidas em relação à fórmula proposta pelo enunciado 4(n+2), porém, um aluno se propôs a "testar" com números, e, mesmo sem conhecer a propriedade distributiva, concluiu: "É verdadeira". O aluno que havia feito 4×2 = 8 + x, então, foi questionado e percebeu que havia um erro em sua fórmula, pois, no teste, não funcionava como a anterior; assim, mostrei ao aluno como deveria ter escrito sua generalização:

4(n+2)=(4 ×n)+(4×2), pela propriedade distributiva.

4(n+2)=4n+8; primeiro, realizamos a multiplicação.

Através desse procedimento, o aluno "testou" e, assim, com a turma, relembraram a propriedade e puderam observar que a fórmula estava correta.

CONCLUSÃO

De acordo com as análises realizadas, foi possível evidenciar que os alunos obtiveram melhora em alguns aspectos do desenvolvimento do pensamento algébrico e da percepção da regularização de padrões e sequências.

Pôde-se observar evolução na autonomia para realização de tarefas e no conhecer matemático. Por se tratar de uma aula de resolução de problemas, houve certa dificuldade de adaptação dos alunos envolvidos, já que os mesmos estavam esperando "respostas", e não "criando" respostas.

Sobretudo, utilizaram-se de conhecimentos prévios e exploraram, de forma significativa, suas experiências matemáticas durante a realização. Além disso, os alunos que estão acostumados com a monotonia das aulas meramente teóricas, ao se depararem com uma nova metodologia de ensino, mostraram-se mais participativos e confiantes. Desta forma, conclui-se que é possível ensinar matemática por meio de novas metodologias de ensino, porém, é necessária a adaptação de todos os envolvidos, para que ela se torne significativa e eficaz.

REFERÊNCIAS

BRANCO, N. V. **O Estudo de Padrões e Regularidades no Desenvolvimento do Pensamento Algébrico**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Área de Especialização em Didática da Matemática) – Faculdade de Ciências, Departamento de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa.

MATOS, A.; PONTE, J. P. O estudo de relações funcionais e o desenvolvimento do conceito de variável em alunos do 8.º ano. **Revista Latinoamericana de Investigacion en Matematica Educativa (RELIME)**, v. 11, n. 2, p. 195-231, 2008.

19 UMA AULA SOBRE COMBINAÇÃO SIMPLES COM A METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Jociléia Corrêa Côra Campos [46]
João Vitor Teodoro [47]

INTRODUÇÃO

A Resolução de Problemas é uma metodologia de ensino que tem proporcionado aos alunos situações nas quais os mesmos busquem possíveis soluções, tracem metas e estratégias, e trabalhem em equipe.

Esta experiência que ora se narra foi desenvolvida com os alunos do 2º ano do ensino médio, da Escola Estadual José Bonifácio (trinta 30 alunos). O objetivo desta aula sobre Combinação Simples foi o de fazer com que os alunos pudessem tomar decisões diante dos problemas propostos, avaliarem as possíveis intervenções, fundamentados na interpretação das informações contidas nos problemas, e, com isso, os resolvessem. Além de que desenvolvessem técnicas para a resolução e compreendessem o conceito de Combinação Simples, aplicado na resolução do problema proposto.

PLANEJAMENTO E APLICAÇÃO DA AULA

O planejamento da aula se deu após a leitura de alguns artigos relacionados à metodologia da Resolução de Problemas, que apresentam os benefícios dessa metodologia como preparação para a abordagem de um novo conteúdo em matemática. Para a elaboração do plano de aula, foi realizada uma pesquisa em busca de problemas que pudessem contribuir com o conteúdo a ser abordado, e também em busca de conhecimentos prévios acerca de contagem, arranjo e permutação.

A aula foi desenvolvida em 4 de novembro de 2015, na Escola Estadual José Bonifácio, no município de Porto Murtinho/MS, com os alunos do 2º ano do ensino médio, e o plano de aula foi desenvolvido em duas horas/aulas.

46 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio. E-mail: jocicora@hotmail.com.
47 Professor doutor na Universidade Federal do Triângulo Mineiro. E-mail: joao.magda@gmail.com.

Os alunos foram divididos em sete grupos, sendo cinco grupos de quatro alunos, e dois de cinco alunos; essa estratégia foi utilizada para que eles pudessem trabalhar em equipe, e assim construir o seu conhecimento interagindo uns com os outros.

Foram duas horas/aulas em que os alunos foram estimulados, inclusive, a resgatar conhecimentos da língua portuguesa, pois a leitura e a interpretação dos problemas são etapas muito importantes na resolução, uma vez que fornecem as trilhas para a solução dos mesmos.

Após dividir os grupos, foi passado um problema extraído de Silva (2013):

Problema proposto: Em uma sala de aula existem doze alunas, uma delas se chama Carla, e oito alunos, sendo que um deles atende pelo nome de Luiz. Deseja-se formar comissões de cinco alunas e quatro alunos. Determine o número de comissões em que, simultaneamente, participem Carla e Luiz.

Solução esperada:

Comissões das meninas:

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!} \rightarrow A_{11,4} = \frac{11!}{(11-4)!} = 7920$$

Fazendo desta forma, estamos considerando distintas as comissões cuja ordem dos indivíduos se altera. Sabemos que a permutação de 4 elementos é 4! = 24, deste modo se dividirmos 7.920 por 24, estaremos extinguindo as comissões contadas mais de uma vez em função da mera modificação de ordem das meninas. Sendo assim, 7.920 / 24 = 330. Assim, o número de comissões de meninas possíveis é 330.

Comissões dos meninos:

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!} \rightarrow A_{7,3} = \frac{7!}{(7-3)!} = 210$$

Fazendo o mesmo procedimento realizado com as comissões das meninas, agora para as comissões de meninos, para eliminar a contagem excessiva causada pela ordem, temos que P3 = 3! = 6; deste modo, se dividirmos 210 por 6, teremos 35 comissões de meninos.

Portanto, para se obter quantas comissões Carla e Luiz compartilharão, temos que multiplicar o total de comissões das meninas pelo total de comissões dos meninos, ou seja, 330 x 35 = 11.550 comissões.

Para a resolução do problema, foi estipulado um tempo para que os alunos resolvessem; encerrado esse tempo, cada grupo fez a apresentação de uma possível resposta encontrada. Logo após, todos os grupos discutiram, em plenária, as suas resoluções.

Cinco grupos utilizaram a fórmula de arranjo simples, porém, somente três grupos chegaram à solução correta, pois dois grupos não fizeram o procedimento para eliminar as comissões replicadas; um grupo utilizou o conceito do Princípio Fundamental da Contagem, mas não conseguiu chegar ao resultado correto; outro grupo utilizou o conceito de Permutação Simples, mas, também, não conseguiu chegar à solução correta do problema.

Na continuação da aula, foi explicado o conceito de Combinação Simples e, como o próprio problema já diz, foi ressaltado que Carla e Luiz fazem parte de qualquer comissão que será composta; então teremos:

Composição da comissão das meninas: $C_{11,4} = \frac{11!}{4!(11-4)!} = 330.$

Composição da comissão dos meninos: $C_{7,3} = \frac{7!}{3!(7-3)!} = 35.$

Para obter o total geral de comissões, multiplicamos as duas composições anteriores: $C_{11,4}C_{7,3} = 330 \times 35 = 11550.$

Os alunos questionaram por que o conceito não foi explicado primeiro, para que eles pudessem resolver de forma correta; neste momento, foi explicado que o objetivo de se trabalhar com a metodologia de resolução de problemas é fazer com que os alunos tomem decisões diante dos problemas propostos, avaliem as possíveis intervenções, fundamentados na interpretação das informações contidas nos problemas, e que, durante o nosso dia a dia, aparecem situações que não sabemos resolver; por isso, temos que pensar muito, até chegar a uma conclusão que pode ser a decisão certa ou a errada; da mesma forma é a resolução de problemas: temos que pensar muito, para resolvê-los.

Logo após, foi passada aos grupos a seguinte lista, com três problemas para os mesmos resolverem:

Problema 1: Um time de futebol é composto de 11 jogadores, sendo 1 goleiro, 4 zagueiros, 4 meio campistas e 2 atacantes. Considerando-se que o técnico dispõe de 3 goleiros, 8 zagueiros, 10 meio-campistas e 6 atacantes, determine o número de maneiras possíveis que esse time pode ser formado.

Problema 2: Na seleção brasileira de futebol, existem 8 jogadores de ataque, 6 de meio-campo, 6 defensores e 3 goleiros. Quantos times diferentes podem ser formados utilizando 1 goleiro, 4 defensores, 3 meio-campistas e 3 atacantes?

Problema 3: Em uma câmara municipal, deve-se formar uma comissão de 8 vereadores, de tal maneira que 3 sejam do partido a, 2 do b, e 3 do partido c. Quantas comissões distintas podem ser formadas, sabendo-se que os partidos a e c têm 8 vereadores cada, e o partido b tem 5 vereadores?

Os alunos foram bem participativos na aula, mostraram bastante interesse; mesmo alguns apresentando dificuldades, é possível dizer que os objetivos de fazer com que os mesmos desenvolvessem técnicas para resolução dos problemas e compreendessem o conceito de Combinação Simples foram alcançados.

Segundo avaliação, através da observação, uma grande parte dos alunos, mesmo estando no ensino médio, tem dificuldades com a multiplicação e, consequentemente, com a divisão, pois os mesmos não dominam a tabuada, e alguns, por mais que se tenha feito questão de frisar que a tabuada nada mais é do que a soma dos números relacionados, por exemplo: 3 x 2 = 6 é a mesma coisa que 3 + 3 = 6.

Outra grande dificuldade foi em relação à interpretação do problema: muitos liam várias vezes e não conseguiam entender o que enunciado dizia. Posso dizer que esse contratempo dificultou um pouco a aplicação do plano de aula, tendo em vista que em alguns momentos foi preciso retomar conteúdos que não eram o foco da aula naquele momento. Mesmo tendo ocorrido esses contratempos foi possível efetuar todas as atividades propostas no plano de aula.

ANÁLISE DE DADOS E RESULTADOS

Por meio da metodologia da resolução de problemas, foi visível o interesse dos alunos em participar ativamente da aula, através de questionamentos e da interação uns com os outros, pois essa metodologia proporciona a interação entre alunos e professor. As atividades propostas foram resolvidas em grupos, e foi perceptível que os alunos tiveram um pouco de dificuldade em resolver, uma vez que muitos não conseguiam retirar dos problemas os dados com que pudessem traçar estratégias e resolver os problemas propostos.

Após a explicação do conceito de Combinação Simples, os alunos resolveram de forma mais ágil, até questionaram o fato de não se ter apresentado o conceito primeiro; segundo Onuchic e Allevato (2011), ao selecionar um problema visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento, esse problema será chamado problema-gerador, e o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não deverá, ainda, ter sido trabalhado em sala de aula. Dessa forma, foi explanado aos alunos que o problema proposto era uma preparação para a abordagem do conteúdo de Combinação Simples e que, nas aulas anteriores, eles já tinham estudado conteúdos que possibilitavam a resolução do problema. Assim, a metodologia da resolução de problemas possibilitou aos alunos desenvolver estratégias para a construção do seu próprio conhecimento, antes da definição do conceito.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A consumação da execução da aula foi muito importante para mim, pois pude apresentar aos alunos um pouco dos meus conhecimentos adquiridos ao longo dos Cursos de Licenciatura em Matemática e Especialização em Educação Matemática, tendo em vista que não atuo como professora. Os alunos foram participativos, interagiram durante a apresentação dos materiais, facilitando o desenvolvimento da aula.

Dessa forma, posso dizer que essa experiência me trouxe um grande aprendizado, pois pude vivenciar o cotidiano de um professor em sala de aula, e a sua procura por materiais didáticos que façam com que haja interesse dos discentes em participar e cooperar para o desenvolvimento dos conteúdos propostos.

Embora tenha passado por algumas dificuldades, esta foi a oportunidade de que eu precisava para transmitir os conhecimentos e ajudar os alunos a entenderem melhor a matemática, por meio de uma metodologia diferenciada, proporcionando-me uma chance de aprender mais com eles. Trabalhar com a metodologia da Resolução de Problemas foi uma experiência muito gratificante.

REFERÊNCIAS

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Pesquisas em Resolução de Problemas:** caminhos, avanços e novas perspectivas. Bolema. Boletim de Educação Matemática (UNESP. Rio Claro. Impresso), v. 25, p. 07-16, 2011.

SILVA, C. **Combinação Simples:** Resumo (com questões). 2013. Disponível em: <http://questoesdevestibularnanet.blogspot.com/search/label/Matem%C3%A1tica%20-%20An%C3%A1lise%20combinat%C3%B3ria>. Acesso em: 19 de abr. de 2023.

20 UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA O ENSINO DE SISTEMAS LINEARES

Elizabete Joana Teodoro [48]
Alexandre Pitangui Calixto [49]

INTRODUÇÃO

Segundo os PCN's do Ensino Fundamental, a matemática se desenvolveu seguindo caminhos diferentes nas diversas culturas. O modelo de matemática hoje aceito entre nós originou-se com a civilização grega, no período que vai aproximadamente de 700 a.C. a 300 d.C., abrigando sistemas formais, logicamente estruturados a partir de um conjunto de premissas, e empregando regras de raciocínio preestabelecidas (BRASIL, 1998).

A matemática, entre outras coisas, surgiu com o objetivo de resolver os problemas que apareciam na vida dos homens. Dessa forma, uma das essências da matemática, como ciência, é a resolução de problemas.

Por isso, o ensino de matemática não deve ficar centrado apenas nas regras e repetições prontas e acabadas. Para se ensinar/aprender matemática, é preciso ter criatividade para desenvolver estratégias que motivem os alunos a, naturalmente, desenvolverem o seu raciocínio lógico.

As aulas que constituem esta experiência foram aplicadas no 2º ano do ensino médio do período matutino da Escola Estadual Dona Rosa Pedrossian, localizada na cidade de Miranda-MS.

O grupo era formado por vinte e oito alunos, desmotivados e com certa dificuldade de concentração.

Primeiramente, foi apresentado o tema proposto e, observado se eles conseguiam resolver problemas simples, envolvendo sistemas lineares, em um tempo determinado.

Alguns alunos resolveram os exercícios utilizando dedução, ou tentativas aleatórias, no entanto, nenhum deles conseguiu resolvê-los utilizando os métodos propostos, ou seja, métodos de adição, substituição, e regra de Cramer.

---

48 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio. E-mail: ccruz@sed.ms.gov.br.
49 Professor doutor na Universidade Federal da Grande Dourados.
E-mail: alexandrecalixto@ufgd.edu.br.

Após o tempo estabelecido, os problemas foram resolvidos no quadro, utilizando os métodos propostos, com a explicação de cada passo do método. Finalmente, depois das explicações, os alunos resolveram os exercícios em grupo.

METODOLOGIA

Este trabalho foi baseado em Onuchic e Allevato (2011), que tratam do ensino/aprendizagem em que o aluno é incentivado a buscar conhecimentos.

Fiz uma pesquisa com os professores do ensino médio da Escola Estadual Dona Rosa Pedrossian para saber qual era a maior dificuldade que os alunos enfrentavam, já que não conseguiam atingir os requisitos básicos para o conteúdo de matemática.

Os professores relataram que os alunos chegam ao ensino médio sem saber resolver as quatro operações e não sabem interpretar problemas primários envolvendo operações simples. Relataram, também, o desinteresse que os mesmos têm em estudar/aprender matemática.

Após essa conversa com os professores, foi feita uma pesquisa nos PCN's do Ensino Médio para conhecer melhor as leis que regem a educação nessa fase e quais são os seus pré-requisitos. A proposta foi estimular os alunos a produzirem conhecimentos sobre sistemas lineares utilizando os métodos da adição, substituição e Regra de Cramer.

A turma foi dividida em sete grupos com quatro componentes cada. Em seguida, foi distribuído para cada grupo um papel com as atividades xerocopiadas, contendo os problemas propostos. Foi disponibilizado, também, um tempo para que pudessem resolver os problemas.

Durante a resolução, ficou perceptível a dificuldade de se ler e interpretar os problemas. Diante dessa dificuldade, foi feita na lousa a leitura, a interpretação e a resolução de um problema, juntamente com os alunos, para que pudessem dar prosseguimento às resoluções.

Foi observado que, uma vez resolvido um problema, alguns alunos conseguiam resolver outros problemas semelhantes sem dificuldades.

Ao término das resoluções, as atividades foram recolhidas e feitos comentários sobre cada problema proposto.

Os principais erros, em cada problema, foram discutidos, e depois os alunos refizeram suas atividades.

A atividade foi finalizada com a correção dos problemas, procurando enfatizar, não só um conjunto-solução, mas a resposta coerente para cada problema proposto.

Fala-se muito em metodologias inovadoras, mas as secretarias do município, estado e até o MEC tentam inovar a cada início de ano, ou mandato, sempre com insucesso, uma vez que os índices de aferição estão ficando cada vez piores. Conhecendo as dificuldades de ensino e aprendizagem, foi proposta uma aula onde os alunos pudessem resolver vários problemas com diferentes níveis de dificuldade.

Por exemplo, problemas envolvendo sistemas de equações com duas e três variáveis.

Foram consideradas as seis fases da Resolução de Problemas, conforme Onuchic e Allevato (2011):

Preparação do problema: Neste caso se chama "problema-gerador", tomando o cuidado de se preparar ou buscar um problema que envolva conteúdos não trabalhados anteriormente com os alunos; a maioria dos alunos ficou resistente, neste passo, pois são acostumados a uma aula passiva, em que o professor ensina sempre.

Leitura individual: Entregar o problema para leitura e interpretação. Os alunos não são acostumados à leitura, por isso a dificuldade na interpretação; muitos tiveram preguiça de ler, e foi preciso muita conversa e incentivo para que os mesmos lessem, cuidadosamente, os enunciados dos problemas.

Leitura em conjunto: Neste momento, o professor deve estar atento às dificuldades que os alunos encontrarem, e orientar sobre o que fazer. Houve muita dificuldade devido ao não-hábito da leitura; a professora teve de ler a maioria dos problemas atentamente para que houvesse entendimento geral sobre o que estava sendo proposto em cada enunciado.

Resolução do problema: Nessa etapa, os alunos devem resolver os problemas em grupo, uns ajudando os outros, assim construindo colaborativamente a solução para o problema-gerador.

Observar e incentivar: Observar e incentivar é o papel do professor nesta etapa: cabe a ele incentivar seus alunos a procurarem diferentes formas de resolverem, e ajudar apenas quando necessário.

Registro das resoluções na lousa: Nesta etapa, os alunos de cada grupo registram e discutem as suas diversas estratégias.

Plenária: Nesta fase, os alunos defendem as suas resoluções, e tiram as dúvidas dos colegas.

Busca do consenso: Nesta etapa, o professor deverá chegar a um consenso quanto aos resultados apresentados pelos grupos.

Formalização do conteúdo: Nessa fase, o professor fará a formalização do conteúdo utilizando a lousa; apresentará os problemas e as diferentes técnicas de resolução, bem como as suas propriedades, de acordo com o conteúdo previsto para a série/ano.

Quando descobri que meu trabalho seria de resolução de problemas, conversei com os colegas professores da escola e, como sempre, descobrimos/confirmamos que a maior dificuldade dos alunos é na interpretação e resolução de problemas simples. Descobri que o conteúdo, no 2º ano do ensino médio, era de Sistemas Lineares, então, conversando, vi que o professor estava trabalhando a resolução simples, sem problematizar; pedi, então, que me cedesse três aulas para que eu pudesse aplicar o meu plano.

Pesquisei em vários sites e livros, selecionei alguns problemas, alguns simples, outros, complexos, com duas ou três variáveis, e fui para sala.

PROBLEMAS

1. "A quantidade de alunos de uma escola A é três vezes maior que a quantidade de alunos de uma escola B. Somando a quantidade de alunos das escolas A e B, temos o total de 2000 alunos. Qual a quantidade de alunos de cada escola?"
2. "Cláudio usou apenas notas de R$ 20,00 e de R$ 5,00 para fazer um pagamento de R$ 140,00. Quantas notas de cada tipo ele usou, sabendo que no total foram 10 notas?"
3. "Num aquário há 8 peixes, entre pequenos e grandes. Se os pequenos fossem mais um, seria o dobro dos grandes. Quantos são os pequenos? E os grandes?"
4. "Descubra quais são os dois números em que o dobro do maior somado com o triplo do menor dá 16, e o maior deles, somado com quíntuplo do menor dá 1."

5. “Num quintal há galinhas e coelhos, num total de 100 animais. Sabendo que o total de pés é 320, quantas galinhas e quantos coelhos há nesse quintal?”
6. “Miguel foi sacar R$ 70,00 em um caixa eletrônico que tinha apenas notas de R$ 10,00 e de R$ 20,00. Quantas notas de cada ele pode ter recebido do caixa eletrônico?”
7. (Fuveste-SP) Um copo cheio de água pesa 325 g. Se jogarmos metade da água fora o peso cai para 180 g. O peso do copo vazio é:
8. (Olimpíada de Matemática-SP). Num quintal havia uma porção de meninos e cachorros. Contando as cabeças eu obtive 22, contando os pés obtive 68. Quantos meninos e quantos cachorros havia no quintal?
9. (Faap-SP) Pagou-se uma compra no valor de R$ 960,00 com notas de R$ 10,00 e R$ 50,00, num total de 47 notas. Quantas notas de cada espécie foram usadas?
10. “Um clube promoveu um show de música popular brasileira ao qual compareceram 200 pessoas, entre sócios e não-sócios. No total, o valor arrecadado foi de R$ 1.400,00 e todas as pessoas pagaram ingresso. Sabendo que o preço do ingresso foi R$ 10,00 e que cada sócio pagou metade desse valor, qual foi o número de sócios presentes ao show?”

APLICAÇÃO DA AULA

No dia da primeira aula, cheguei na sala e expus minha proposta, reuni a sala em grupos de quatro alunos e entreguei vários problemas, pedi para que lessem e interpretassem, quando um aluno ou grupo não conseguia, eu ia ao grupo e os ajudava a ler/interpretar.

Depois, os alunos leram em grupo, um tentando ajudar o outro, então foram para a resolução, os alunos elegeram um membro do grupo para ir no quadro representar os demais. Na primeira aula, apenas um grupo conseguiu apresentar, e eles estavam tímidos para expor suas ideias.

Na segunda e terceira aulas, eles já se soltaram mais, desinibiram-se, e muitos queriam ir ao quadro expor como haviam chegado ao resultado, e eles usavam a inicial de seus nomes para as incógnitas, algo estimulante, pois se livravam de achar apenas x, y e z e envolviam-se mais pessoalmente com a tarefa. Quando um fazia errado, ou diferente, no quadro, eles já começavam a discutir entre si, e me perguntavam se “podia ser daquela maneira”.

RESULTADOS

Embora tenham entendido o objetivo dos problemas, foi percebido que alguns alunos tiveram dificuldade em organizar os dados e aplicá-los. Com isso, observou-se que os alunos não são guiados a interpretar matematicamente os problemas desde as séries iniciais. Quando esses alunos chegam ao ensino médio, a abordagem de problemas, no contexto das matérias, é abandonada, completamente. Foi observado, também, que os alunos tentaram resolver todos os sistemas lineares usando a Regra de Cramer por terem mais segurança na utilização deste método que, segundo eles, é mais fácil, e sempre segue o mesmo procedimento.

Pode-se concluir, portanto, que a metodologia de ensino utilizada nas escolas está ultrapassada, desestimulando os alunos à aprendizagem.

Uma solução para isso seria estimular nos alunos a descoberta, propondo problemas que eles realmente queiram resolver. Como afirma Bachelard (1996), para um espírito científico todo conhecimento é uma resposta a uma pergunta. Se não existe pergunta, não pode haver conhecimento científico. Nada vem sozinho, nada é dado. Tudo é construído.

REFERÊNCIAS

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico:** contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Tradução: Esteia dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC / SEF, 1998.

ONUCHIC, Lourdes De La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema--Mathematics Education Bulletin,** p. 73-98, 2011.

21 UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA O ENSINO DE SISTEMAS LINEARES EM SALA DE AULA

Clingesmarques de Albuquerque Cruz[50]
Alexandre Pitangui Calixto[51]

INTRODUÇÃO

A Resolução de Problemas é muito importante para o aprendizado da matemática, e necessária para que o aluno supere as dificuldades encontradas na disciplina.

A forma clássica de se trabalhar não prioriza a resolução de problemas: professores, embora compreendam a importância desta metodologia, não se utilizam da ferramenta, privando o aluno de usufruir dos benefícios que a liberdade no raciocínio matemático proporciona.

Muitas vezes, os professores não a utilizam por falta de domínio, experiência ou segurança:

> São muitos os programas que pretendem auxiliar o professor na tarefa de desvencilhar teorias e modificar suas concepções sobre ensino e, por conseguinte, sua metodologia em sala de aula. O problema é amarrar tais teorias à mudança de postura metodológica e à prática do professor de Matemática. (DELOWSKI, 2009, p. 542).

APLICAÇÃO DA AULA

Foi proposta uma atividade com o objetivo de fixar o conceito de equações de 1º grau e introduzir o conceito de sistemas lineares, buscando o aprimoramento dos alunos através da liberdade do raciocínio matemático.

Especificamente, esperava-se que os grupos, através da situação proposta, identificassem e extraíssem a equação do 1º grau com mais de uma va-

---

50 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio. E-mail: ccruz@sed.ms.gov.br.
51 Professor doutor na Universidade Federal da Grande Dourados.
E-mail: alexandrecalixto@ufgd.edu.br.

riável, percebessem, montassem e resolvessem o sistema de equação linear, encontrando o valor de cada variável.

O primeiro passo, portanto, foi pedir aos alunos para lerem o exercício proposto e, depois, darem a opinião, dentro dos seus grupos.

Em seguida, foi feita a leitura pelo professor, que fez observações a respeito da importância da leitura e da interpretação correta da atividade para a resolução do problema.

Para que os resultados fossem alcançados, foi dada liberdade na utilização de recursos. Os alunos tiveram acesso ao quadro negro, giz, apagador, atividade impressa em folhas de tamanho A4, computador portátil (*notebook*), projetor e calculadora.

No início da aula, os alunos foram orientados a formarem grupos de três integrantes. Em seguida, foram mostradas situações-problemas, vivenciadas por eles no cotidiano, que muitas vezes são resolvidas por eles sem que imaginem a matemática que está por detrás de seu raciocínio.

O problema proposto envolve a compra de peças de vestuário para a renovação de um guarda-roupas. O enunciado do exercício segue:

Problema: Paulo foi ao shopping com a intenção de renovar seu guarda-roupa. Disposto a comprar calças e camisas, ele recebeu a seguinte proposta em uma loja: 12 camisas polo e 5 calças jeans, por R$ 774, valor que poderia ser divido em 10 pagamentos iguais, ou por R$ 703,68 com pagamento à vista. Quanto Paulo irá pagar por cada camisa e por cada calça, sabendo que duas camisas e 1 calça custam R$ 129,26, na opção de pagamento à vista? E quanto ele pagará, se resolver fazer o pagamento a prazo? Neste caso, o valor de três calças sairia por R$ 237,60 e uma camisa custaria R$ 31,50.

Inicialmente, os grupos tentaram resolver sem o auxílio do professor. Nos momentos seguintes, o professor observou os trabalhos e as discussões desenvolvidas na tentativa de se resolver a atividade, incentivando, e dando dicas, complementando o raciocínio dos alunos sem interferir no resultado final escolhido.

Num primeiro momento, a maioria dos alunos não solucionou o problema, embora alguns tenham chegado perto disso; foi solicitado que alunos voluntários fossem ao quadro negro e explicassem como foi realizada a atividade. O professor registrou todas as sugestões, enquanto os outros alunos debatiam.

Faltando trinta minutos para o término da primeira aula, as atividades foram permutadas; o objetivo era fazer com que um grupo realizasse a correção das atividades de outro grupo com caneta vermelha.

Na aula seguinte, com novas informações que lhes foram direcionadas, somente um grupo, dentre todos, conseguiu resolver o problema. Então, após trabalhar um pouco mais em torno do tema, um dos outros grupos conseguiu resolver o sistema linear pelo método de adição. Nesse momento, foi introduzido pelo professor o método da substituição, obtendo um sistema equivalente, e só aí que eles conseguiram recordar todo o conteúdo.

RESULTADOS

A avaliação dos alunos foi realizada durante toda a atividade, observando o interesse e a participação de cada um, no grupo, e individualmente. No final, foi estabelecido para cada aluno uma nota de 0 (zero) a 10 (dez).

O erro foi o ponto de partida para a avaliação, as hipóteses levantadas pelos alunos foram consideradas e discutidas amplamente, promovendo o aprimoramento do conhecimento e fornecendo ferramentas para que novas situações problemas fossem abordadas de forma diferente.

A nota média da sala, por aproximação, foi 6,75. Os quatro alunos que não atingiram a média tiveram a oportunidade de melhorar a nota através de um trabalho, também sobre resolução de situação-problema.

CONCLUSÃO

O ensino e o aprendizado utilizando o método da Resolução de Problemas exige dos envolvidos muito mais do que vontade de aderir a uma tendência. Além de estar capacitado, o professor deve pensar na estratégia e na possibilidade de se ter de alterá-la no decorrer do processo, sempre buscando a motivação dos alunos.

A partir do momento em que os envolvidos percebem, no exercício, a possibilidade da descoberta, e que através da interação com a disciplina e com os colegas podem participar efetivamente da construção do próprio conhecimento, resultados começam a aparecer: "... essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução" (BRASIL, 1998, p. 40).

Nós, professores, devemos nos apropriar dos benefícios que a Resolução de Problemas, como metodologia de ensino, proporciona aos alunos e à educação matemática. É preciso dar significado ao conhecimento previamente adquirido, fazendo, dessa forma, com que o estudante perceba e utilize a disciplina no cotidiano, desenvolvendo a sua capacidade de organizar as informações que fazem parte de seu mundo, ampliando o seu conhecimento e desenvolvendo a liberdade de raciocínio aplicado à matemática.

Ao trabalhar com a Resolução de Problemas, o professor também é beneficiado, pois, além da satisfação de proporcionar aulas interessantes, desafiadoras e motivadoras, amplia a sua compreensão de conceitos e técnicas.

Quando nos apropriamos de um conhecimento de forma prazerosa, dificilmente o esquecemos, pois, boas lembranças permanecem. Penso que, com o conhecimento escolar, é possível fazer a mesma relação: o aluno, ao redescobrir a matemática associando a disciplina com sua vida cotidiana, percebe que pode resolver problemas através de seu próprio raciocínio.

Neste trabalho, não nos preocupamos com o acerto ou erro do aluno: a ideia foi fazer com que ele compreendesse, por meios próprios, o caminho para se resolver os exercícios e, a partir daí, aplicasse conceitos e técnicas aprendidos posteriormente.

A busca pela participação da classe, tornando as aulas mais interessantes e atrativas, através de uma metodologia que provoque o aluno, tornou-se uma constante para mim, desde então. Descobri, através das aulas aplicadas, que o aluno, quando desafiado, proporciona resultados muitas vezes surpreendentes; por essa razão, penso que o professor não deve abrir mão das diversas ferramentas disponíveis no ensino-aprendizagem da matemática.

A Resolução de Problemas não é uma fórmula mágica que vai mudar o ensino e o aprendizado da matemática de um dia para o outro, o que se pretende é oferecer uma ferramenta a mais para o professor, objetivando diminuir o sentimento de frustração que o educador sente ao não perceber a evolução de seus alunos.

A importância da educação matemática é indiscutível, daí a necessidade de se utilizar todos os meios possíveis para que o aluno aprenda, através da liberdade de raciocínio, a construir o seu próprio conhecimento, podendo assim escolher os seus próprios caminhos.

PARTICIPAÇÃO DOS ALUNOS

Durante o andamento da aula, os alunos entenderam a atividade e se integraram à aula resolvendo vários exercícios, utilizando os conhecimentos de equação de primeiro grau com uma ou mais variáveis, conjuntos numéricos, regra de sinais e relação entre matrizes e sistemas lineares. O método preferido por eles foi o método da substituição, embora todos tenham experimentado as várias possibilidades apresentadas.

DIFICULDADES

Trabalhar com problemas com mais de uma variável (ou incógnita) foi o mais complicado, mas os obstáculos foram superados pela maioria dos alunos.

Como era esperado, surgiram algumas ideias diferentes, umas mais próximas da resolução, e outras erradas; mas todas as possibilidades aventadas foram discutidas e analisadas.

A discussão e análise devem seguir um caminho em que o aluno perceba que a resposta certa ou errada não finaliza a atividade: é preciso saber como foi realizada, e, principalmente, saber porque sua ação foi ou não apropriada.

E a apropriação desse conhecimento deve ser parte da situação-problema, e muito bem dirigida pelo professor.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental.** Brasília: MEC/SEF, 1997.

DELOWSKI, et al. **A (in)eficácia da metodologia resolução de problemas no ensino fundamental.** Guarapuava, 2009. 542 p. X Encontro Paranaense de Educação Matemática – XEPREM.

22 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ANÁLISE COMBINATÓRIA

José Carlos Fernandes Caimar[52]
Alexandre Pitangui Calixto[53]

INTRODUÇÃO

Ao observar a dificuldade dos alunos para resolver problemas que envolvem análise combinatória, foi enfatizada a interpretação, reconhecimento de dados quantitativos, princípios fundamentais da contagem, raciocínio lógico e método a ser aplicado na formação de grupos, nos quais se podem analisar a natureza, fórmulas e propriedades utilizadas nas resoluções de situações-problemas.

Os alunos realizaram atividades envolvendo vários tipos de situações, como interpretação, leitura de diagramas e gráficos, expressões algébricas e cálculos, que exigiam pré-requisitos de anos letivos anteriores, como, por exemplo: resolver operações, reconhecer propriedades e desenvolver práticas de resolução.

Para que os alunos reconheçam a importância da matemática, como conhecimento que pode atuar no desenvolvimento do raciocínio, da sensibilidade, na interpretação e na imaginação, no momento de direcionar os métodos a serem implementados na resolução de determinado problema:

> É importante destacar que a matemática deverá ser vista pelo aluno como um conhecimento que pode favorecer o desenvolvimento do seu raciocínio, de sua sensibilidade expressiva, de sua sensibilidade estética e de sua imaginação. (BRASIL, 1997. p. 82).

A metodologia “Resolução de Problemas” foi escolhida devido à sua importância e necessidade na aprendizagem da matemática e em todos os seus segmentos. Isso acontece porque esse método faz com que o aluno raciocine e construa conhecimentos que possam permitir analisar dados, fazendo com

---

52 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio. E-mail: josecaimar@yahoo.com.br.
53 Professor doutor na Universidade Federal da Grande Dourados.
E-mail: alexandrecalixto@ufgd.edu.br.

que o indivíduo adquira sensibilidade e imaginação para interpretar a resolução de determinadas situações envolvendo tabelas, diagramas e citações. Além disso, a resolução de problemas é utilizada em outras áreas das ciências exatas, como Física e Química.

A principal característica da Escola Estadual João Brembatti Calvoso é trabalhar com a metodologia da aprendizagem significativa através de Mapa Conceitual e desenvolvimento de projetos como leitura, aplicabilidade na área das ciências exatas, oferecendo aos alunos oportunidades de construir conhecimentos sólidos.

A turma do segundo ano do ensino médio é constituída de alunos com pré-requisito bem estabelecido, ou seja, assimilam o conteúdo com facilidade.

As principais características dos trinta e cinco alunos que compõem a turma do segundo ano são: participação coletiva, desenvolvimento nas atividades propostas, e sensibilidade na compreensão dos conceitos e definições.

METODOLOGIA

Cada aluno fez a leitura no livro didático (SOUZA, 2010) sobre o conteúdo: estudo dos conceitos básicos do princípio de contagem e sua utilização em resoluções de problemas. Em seguida, formaram-se grupos para a leitura compartilhada do conteúdo, de forma que os membros analisassem as diferentes maneiras de se formar conjuntos (agrupamentos) e anagramas.

Também foram passados exemplos no formato de problemas envolvendo análise combinatória. Os alunos foram incentivados a buscar métodos distintos de resolução para os problemas propostos. Cada grupo registrou na lousa a resolução feita, indicando o método implementado em cada etapa. Foi realizado um debate com os alunos, que expuseram as dificuldades na identificação do tipo de grupo a ser formado com as informações passadas nos problemas e ao método aplicado em cada solução.

Após ter verificado as distintas maneiras implantadas pelos alunos nas soluções dos problemas, foram feitas as correções, com os alunos participando diretamente no desenvolvimento de cada etapa da solução de maneira consensual.

Com os alunos, concluiu-se que o conteúdo tem como objetivos: desenvolver conhecimentos de aplicabilidades de combinação simples em diversos tipos de agrupamentos, como a criptografia e formação de códigos; identificar quando um grupo constitui um arranjo simples ou uma combinação simples; resolver situações-problema que envolvam combinação simples e arranjo simples, utilizando o princípio multiplicativo resolver problemas utilizando anagramas para que possa ser analisada a natureza dos elementos do grupo; resolver problemas envolvendo combinação simples e arranjo simples, utilizando a fórmula.

Para isso, foram utilizados quadro negro, giz, livros, projetor e uma sala de tecnologia educacional que a escola disponibilizou.

Mostramos os exemplos trabalhados com os alunos (SOUZA, 2010). Os exemplos 1, 2 e 3 foram aqueles resolvidos com a participação do professor. Já os exemplos 4 e 5 foram aqueles propostos.

Exemplo 1: Considerando os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6:

Quantos números compostos por três algarismos são possíveis de serem formados?

Solução: Primeiro, vamos observar que o algarismo zero não pode estar na casa das centenas, então temos 5 possibilidades para essa casa, 6 possibilidades para a casa das dezenas e 6 possibilidades para a casa das unidades. Vejamos no Quadro 1:

Quadro 1 - Possibilidades

centena	Dezena	unidade
5 possibilidades	6 possibilidades	6 possibilidades

Fonte: Autores.

Utilizando o princípio fundamental da contagem temos 5 x 6 x 6 = 180, ou seja, existem 180 números compostos por três algarismos.

Quantos números compostos por três algarismos distintos é possível formar?

Solução: Primeiro, vamos observar que o algarismo zero não pode estar na casa das centenas, então temos 9 possibilidades para essa casa, 9 possibilidades para casa das dezenas e como os algarismos devem ser distintos para a casa das unidades temos apenas 8 possibilidades. Vejamos no Quadro 2:

Quadro 2 - Possibilidades

centena	Dezena	unidade
5 possibilidades	5 possibilidades	4 possibilidades

Fonte: Autores.

Utilizando o princípio fundamental da contagem temos 5 x 5 x 4 = 100, ou seja, existem 100 números compostos por três algarismos distintos. No exemplo 1 foi utilizado o princípio fundamental da contagem, em que o item (a) foi considerado sorteio com reposição, e o item (b), sorteio sem reposição.

Exemplo 2: Dez atletas participarão de uma corrida de atletismo, de quantas maneiras possíveis podemos formar o pódio com os três primeiros colocados?

Solução:

1º Passo: Analisar as informações do texto para verificar se o grupo formado constitui um arranjo simples.

2° Passo: Formar aleatoriamente um grupo *A, B* e *C,* em seguida, mudar a ordem C, B e A, e observar que o novo grupo é diferente do primeiro. Portanto, calcula-se o número de arranjos simples.

3º Passo: Denotaremos por n o número de atletas participantes e por p o número de atletas que formam o grupo dos três primeiros. Assim, temos que $n = 10$ e $p = 3$.

$$A_{10,3} = \frac{10!}{(10-3)!} = 720$$

Portanto, há 720 possibilidades de formar o pódio.

No exemplo 2, foi abordado o conteúdo "arranjos simples", pois formamos grupos de três candidatos ao pódio dentre 10 candidatos e a ordem nesse grupo é relevante, ou seja, se mudarmos a ordem de três candidatos quaisquer, o grupo se altera, formando um novo. Esse é um exemplo de situação em que se usa o arranjo simples.

Exemplo 3: Quantos anagramas podem ser formados com as letras da palavra "FLAMENGO"?

Solução:

1º Passo: Formar anagramas significa mudar a ordem das letras da palavra, ou seja, permutar.

2º Passo: Verificar quantas letras tem a palavra.

$$P_8 = 8! = 40320$$

Portanto, podem ser formados 40320 anagramas.

No exemplo 3 foi abordado o conteúdo "Permutação Simples", pois o que interessa é apenas obter todas as possíveis ordens da palavra com 8 letras.

Exemplo 4: No domingo, 8 amigos participarão de um campeonato de voleibol de areia.

De quantas maneiras podem ser formadas as duplas?

Solução:

1º Passo: Analisar as informações do texto para verificar se o grupo formado constitui uma combinação simples ou não.

2° Passo: Formar, aleatoriamente, um grupo A, B e C. Depois, mudamos sua ordem, por exemplo, C, B e A, para que eles percebam que a natureza do grupo não se altera. Dessa forma, calcula-se a quantidade de combinações simples.

3º Passo: Representaremos por *n* o número de participantes e por *p* o número de elementos que formam os grupos. Nesse caso $n = 8$ e $p = 2$.

$$C_{8,2} = \frac{8!}{2!\,(8-2)!} = 28$$

Existem 28 possibilidades distintas de serem formadas as duplas. No exemplo 4, foi abordado o conteúdo “combinação simples”, pois formamos grupos de dois, ou seja, duplas; o grupo não será alterado, caso se desordenem seus elementos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na aplicação da aula planejada, os objetivos foram alcançados, pois os alunos participaram através de questionamentos envolvendo os critérios utilizados na resolução dos exemplos propostos.

Foi aplicada uma aula inédita de matemática no segundo ano do ensino médio, envolvendo análise combinatória. Estas aplicações foram realizadas nos dias 3 e 10 de novembro de 2015, na Escola Estadual João Brembatti Calvoso, em Ponta Porã, Estado do Mato Grosso do Sul, Brasil.

Após os alunos copiarem da lousa as definições, conceito e fórmulas relacionadas ao tema “análise combinatória”, foi realizada a explanação sobre a aplicabilidade desse conteúdo em diversos ramos da matemática, e a explicação relacionada à formação de grupos a partir de um universo de elementos disponíveis, identificando esses grupos através da mudança na ordem de seus elementos em arranjos simples ou combinação simples.

Foram discutidas com os alunos formas diferentes para se formar grupos com determinado número de elementos. Por exemplo: sistema de numeração decimal, números de alunos que compõem uma sala de aula, formação de um pódio em competição de atletismo da qual participa um determinado número de atletas; formação de comissões para participarem de um evento, entre outros.

Foram trabalhados, também, com os alunos, exemplos envolvendo cálculos necessários para a resolução dos problemas, e como formar os diferentes tipos de agrupamentos.

Finalmente, foi realizada a correção dos exercícios, na lousa, com o intuito de sanar as dúvidas.

Enquanto os alunos copiavam os exemplos dados em sala, questionavam as diferentes maneiras de agrupamentos, e os procedimentos e propriedades aplicadas nos cálculos. Em seguida, agruparam-se para resolver os exercícios propostos. Foram avaliados através de ficha contínua, onde constam: participação, competência e acerto. No final, eles também realizaram uma prova escrita para verificar o aproveitamento da turma.

Os pontos positivos identificados na aplicação da aula foram: o desenvolvimento dos alunos, que realizaram as atividades propostas em grupos, em que compartilharam métodos e práticas a serem implementadas na resolução, gerando debates e fazendo com que os mesmos consolidassem os conhecimentos envolvendo análise combinatória.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio**. Ministério da Educação, 1997.

SOUZA, J. R. de. **Novo olhar matemática**. São Paulo: FTD, v. 3, 2010.

23 TRABALHANDO A FUNÇÃO DO 1º GRAU POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Doralice Marta de Souza[54]
Alexandre Pitangui Calixto[55]

INTRODUÇÃO

Nos dias atuais, ainda é comum nos depararmos com alunos que se sentem desmotivados em relação ao estudo da matemática, muitos por não compreenderem os conteúdos abordados pelo professor, e outros simplesmente por não perceberem uma ligação entre os conteúdos trabalhados em sala de aula com situações vivenciadas no seu cotidiano.

Esse distanciamento faz com que o aluno não veja significado no estudo dos conteúdos matemáticos e perca o interesse pela disciplina, principalmente no ensino médio. Assim sendo, percebemos a necessidade de criar condições motivadoras para que o aluno compreenda os conteúdos trabalhados de maneira significativa e proporcione maior articulação entre estes conteúdos e as questões reais por ele vivenciadas.

Levando em conta que o ensino não deve ser feito de forma isolada, deve-se procurar articulação entre as disciplinas através de métodos de aprendizado que permitam ao estudante participar do convívio social, dando-lhe a oportunidade de se realizar como cidadão (BRASIL, 1997).

Neste sentido, buscamos trabalhar o conteúdo de funções do 1º grau a partir do texto "Os Efeitos da Radiação Solar, Através da Resolução de Problemas", entendendo que esta metodologia permite que o aluno desenvolva um aprendizado baseado no que foi exposto acima.

Onuchic e Allevato (2004) afirmam que os objetivos gerais da área de matemática, nos PCNs, buscam contemplar várias linhas de trabalho:

> Esses objetivos têm como propósito fazer com que os alunos possam pensar matematicamente, levantar ideias matemáticas, estabelecer relações entre elas, saber se comunicar ao falar e escrever sobre elas, desenvolver

54 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio. E-mail: daramar_@hotmail.com.
55 Professor doutor na Universidade Federal da Grande Dourados.
E-mail: alexandrecalixto@ufgd.edu.br.

> formas de raciocínio, estabelecer conexões entre temas matemáticos e de fora da matemática, e desenvolver a capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004, p. 218).

RADIAÇÃO SOLAR

Radiação solar é a energia emitida pelo sol. Cerca de 45% do total da radiação solar que chega ao limite superior da atmosfera consegue atingir a superfície do globo. O restante é absorvido, difundido ou refletido através das nuvens e da superfície da Terra. Por conseguinte, a atmosfera funciona como um filtro protetor da Terra, sem o qual a vida seria impossível. O limite inferior da atmosfera corresponde ao nível médio das águas do mar – superfície da Terra – e o seu limite superior, embora seja difícil determinar, oscila entre os 800 km e os 1000 km de altitude. A exposição frequente e prolongada ao sol pode causar: eritemas, envelhecimento precoce, dermopatias, desidratação, câncer de pele, doenças degenerativas, lesões, cataratas e outros problemas oculares.

O Fator de Proteção Solar (FPS), ou simplesmente Fator Solar (FS), é o índice que determina o tempo máximo que uma pessoa pode permanecer exposta ao sol sem que a pele fique vermelha, ou seja, é o número que indica o nível de proteção que determinado produto oferece contra os raios ultravioletas (UV). Por exemplo, quando se usa um filtro solar com FS 15, a pele pode levar 15 vezes mais tempo para ficar vermelha. Da mesma forma, se for usado FS 30, para cada minuto com protetor, a proteção duraria 30 minutos.

Qual seria a melhor opção para calcular o FS ideal para uma pessoa? O tempo de exposição ao sol pode ser o mesmo para todas as pessoas?

DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

A Escola Estadual Profa. Maria de Lourdes Toledo Areias, situada na Rua Aracy Pereira de Mattos, conjunto Rouxinóis, em Campo Grande - MS, oferece o ensino fundamental nos turnos matutino e vespertino, e o ensino médio nos turnos matutino e noturno. A clientela da escola é composta por alunos do próprio bairro e dos bairros adjacentes, os estudantes pertencem a famílias da classe trabalhadora de baixa renda.

O plano de aula foi desenvolvido com os estudantes do 1º ano Turma C do período noturno. A turma possui oficialmente quarenta e dois alunos matriculados, porém a desistência é superior a 50% e praticamente todos os alunos trabalham durante o dia. Levando em consideração as etapas, anteriormente citadas, no que diz respeito à Metodologia de Resolução de Problemas:

1. Foi selecionado um problema que permitiu aos estudantes a realização de pesquisas, tabelando os resultados encontrados e, em seguida, relacionar os encontrados a uma função do 1º grau.
2. Em sala, foi proposta a realização de leitura individual e, posteriormente, coletiva do texto “A importância do uso do protetor solar”, seguida de muita discussão para entender o Fator de Proteção e o tempo de exposição da pele ao sol durante o uso do mesmo.
3. Como a metodologia de trabalho proposta é a resolução de problemas, o que norteou os trabalhos foi a busca pelas respostas das duas perguntas feitas no final do texto trabalhado.

A turma foi dividida em duplas para trabalhar com pesquisa na sala de informática; a proposta inicial era dividir os grupos com quatro alunos em cada, mas devido à quantidade de alunos, optamos por trabalhar em duplas.

Na sala de informática cada dupla realizou duas pesquisas, a primeira sobre os tipos de peles e o tempo máximo (em minutos) que cada uma pode ficar exposta ao sol sem apresentar queimaduras. O resultado foi apresentado em um quadro 5 x 6 construído no Excel (Quadro 1):

Quadro 1 - Tipos de pele e FS

Tipo	indivíduos	inverno	verão	t (min)	observações
A	Ruivos e louros	15	30	15-24	Nunca se bronzeiam, mas sempre se queimam.
B	Morenos claros	5-10	20-25	31	Sempre se queimam e às vezes se bronzeiam.
C	Morenos escuros	-	10-15	48	Às vezes se queimam e, em geral se bronzeiam.
D	Mulatos e negros	-	5-10	66	Sempre se bronzeiam e raramente se queimam.

Fonte: Autores.

O segundo quadro 7 x 2 também foi construído no Excel, para apresentar a pesquisa sobre o percentual de absorção da luz solar pelos protetores solares (Quadro 2):

Quadro 2 - Proteção dos filtros solares

FS	Proteção (%)
2	50
4	75
8	87
16	94
32	96
64	99

Fonte: Autores.

Alguns alunos apresentaram dificuldades em trabalhar com o Excel, porém foram auxiliados não só por mim, mas também pelos colegas de turma. Quanto à pesquisa, houve divergências, sendo necessário sugerir sites específicos.

4. Após a realização da pesquisa, construção e preenchimento das tabelas, foi promovida uma discussão sobre os resultados obtidos.
5. Objetivando a formalização do conteúdo de Função Afim, foram propostas as seguintes atividades:
   a) Em relação à radiação solar, qual a importância da atmosfera para o planeta?
   b) Cite pelo menos 3 problemas que podem ser causados pela exposição excessiva ao sol sem a devida proteção.
   c) Suponha que uma pessoa loura, em pleno verão, possua tempo mínimo, sem proteção contra os raios solares, igual a 15 min. Calcule o tempo que essa pessoa pode ficar exposta ao sol com os fatores FS 30, FS 35, FS 40, FS 45 e FS 50, e organize os valores obtidos em uma tabela.
   d) Sendo x o número do fator solar usado por uma pessoa morena clara e y o tempo máximo de exposição ao sol quando faz uso do protetor, indique a relação entre as grandezas x e y.
   e) Faça um esboço do gráfico, indicando a relação do item anterior.
   f) De acordo com a segunda tabela, você percebe que um fator acima do FS 15 pouco aumenta a proteção contra os raios solares? Qual seria a vantagem de usar, por exemplo, um protetor com fator FS 50?

Após a resolução, cada grupo apresentou uma solução aos demais, discutindo os resultados encontrados e os caminhos percorridos na busca das soluções.

As atividades foram realizadas com sucesso pela maioria dos alunos, alguns precisaram de auxílio, o que mostrou uma grande interação entre a turma; os alunos com maior facilidade demonstraram grande interesse em auxiliar os que apresentaram dificuldade, o que contribuiu muito para o aprendizado. Enfim, o conceito de função foi facilmente percebido nas atividades propostas e trabalhado com tranquilidade pelos alunos. Estes, por meio dos dados obtidos, conseguiram identificar o seu tipo de pele, bem como fator de proteção mais indicado para cada um. De acordo com o plano de aula e a metodologia proposta, os objetivos foram alcançados; algumas dificuldades surgiram, uma delas foi o uso do Excel e dos sites relacionados à pesquisa, pois tive que indicar aos alunos. Outro fator que dificultou o desenvolvimento do trabalho foi com relação ao número de aulas, que não foi o suficiente para que os alunos absorvessem todo o conteúdo apresentado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do estudo realizado, foi possível perceber que existe uma grande preocupação por parte de muitos professores em oferecer um ensino realmente capaz de levar o aluno a desenvolver habilidades e competências que atendam às suas reais necessidades. Por outro lado, o trabalho desenvolvido em sala de aula mostrou que, realmente, existe uma necessidade por parte do aluno. Também foi possível perceber que a matemática, enquanto disciplina, pode contribuir de maneira significativa na formação discente, e um dos caminhos para que essa formação seja, de fato, significativa é o trabalho através da Resolução de Problemas.

Por meio das interações promovidas durante o desenvolvimento dos trabalhos, pôde-se constatar que houve uma grande participação e interação dos estudantes, o que proporcionou uma situação de aprendizagem motivadora e dinâmica, permitindo ao aluno o aprimoramento e a construção de sua própria aprendizagem, de maneira significativa no ambiente em que o mesmo está inserido.

Assim sendo, ressalto que é de grande importância que o professor procure cada vez mais colocar a Resolução de Problemas como metodologia de ensino, buscando promover uma educação matemática que atenda aos anseios dos estudantes e que promova uma prática pedagógica que, realmente, contribua com a formação de um estudante cidadão, participativo e cada vez mais engajado nas questões cotidianas.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio.** Ministério da Educação, 1997.

ONUCHIC, L. de L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino da matemática através da Resolução de Problemas. In. **Educação matemática:** Pesquisa em Movimento. Maria Aparecida Viggiane Bicudo, Marcelo de carvalho Borba (org). São Paulo: Cortez, 2004.

24 CÁLCULO DE PROBABILIDADES NO ENSINO MÉDIO ATRAVÉS DE NOVAS TECNOLOGIAS: UMA COMBINAÇÃO DE APLICATIVOS PARA CELULAR E COMPUTADOR

José Alexandre Marques Bougleux[56]
Sérgio Rodrigues[57]

INTRODUÇÃO

O ensino da matemática passa hoje por um momento de reformulação, no qual os docentes buscam meios para se adaptar à nova realidade que se posta no horizonte.

Mais do que ensinar fórmulas e deduções, a formação humana dos alunos é parte fundamental do ensino da disciplina, já que ela é uma construção do conhecimento humano.

Segundo o Referencial Curricular da Rede de Ensino Estadual de Mato Grosso do Sul, o Ensino Médio tem como objetivo superar a dualidade típica que caracteriza essa etapa de ensino, formar para o mundo do trabalho e preparar para a continuidade dos estudos.

Atualmente a escola cumpre apenas parcialmente o papel que lhe foi designado, mas existem formas de se buscar meios para que possa formar alunos cidadãos, críticos, e que venham a intervir de forma positiva na comunidade escolar e na sociedade em que vivem (MATO GROSSO DO SUL, 2012).

A nossa pesquisa propõe estudar a integração Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) no cotidiano escolar dos alunos, objetivando tornar o ensino da disciplina mais atrativo e significativo.

> Outro tema essencial é a introdução o mais cedo possível da computação, não somente quanto ao cálculo, mas também quanto ao uso de calculadoras como computadores e fontes de informação. Isto significa que é preciso educar também no pensar informático, já que não é o mesmo que atuar

56 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.
E-mail: xandao_dudu@hotmail.com.
57 Professor doutor na Universidade Federal da Grande Dourados.
E-mail: sergiorodrigues@ufgd.edu.br.

> em um mundo sem computadores se no mundo atual, cheio de botões e teclados para apertar e telas para ver, é mais do que livros, catálogos ou formulários para ler (sic). (SANTALÓ; et al. 2009, p. 23).

A escola em que foi realizada a atividade foi a Escola Estadual Castelo Branco em Bela Vista - MS, que é considerada a escola de referência na cidade em função do número de alunos, estrutura e apoio da direção escolar na aplicação de novas metodologias de ensino.

A aula foi aplicada na turma de segundo ano do Curso Técnico em Informática. A turma foi selecionada, pois apresenta um perfil voltado ao uso de tecnologias e facilidade no manuseio de computadores e aplicativos, e leciono a disciplina de matemática para essa turma há dois anos.

A realização da aula foi prevista no planejamento do mês de novembro de acordo com o Referencial Curricular do Ensino Médio do MS (MATO GROSSO DO SUL, 2012). A aula objetiva a consolidação e o aprofundamento do conceito de probabilidade, já estudado previamente durante o mês de novembro, através de aulas teóricas, leitura e interpretação de textos matemáticos.

O tema foi escolhido pelo fato de já estar previsto no Referencial Curricular de MS para as turmas de segundo ano do ensino médio, e por se tratar de um conteúdo que explora diversas formas de resolução, permitindo assim que os alunos utilizem intensamente o raciocínio lógico matemático.

A utilização das TIC's (Kal Scientific Calculator-KSC e da planilha Calc do LibreOffice) tem como objetivo implementar uma nova proposta pedagógica, voltada para o uso dos recursos tecnológicos na Sala de Tecnologia Educacional, e a utilização racional, autorizada em sala de aula, de smartphones, cujo uso está disseminado entre os jovens do ensino médio, com o aplicativo da calculadora científica KSC para smartphone, que oferece uma grande variedade de recursos, além deste aplicativo ser de fácil manuseio.

PLANEJAMENTO E APLICAÇÃO DA AULA

O plano de aula foi desenvolvido em três etapas de duas aulas cada, divididos da seguinte forma:

1. Manipulação do aplicativo Kal Scientifc Calculator-KSC (2015), para que os alunos adquirissem habilidade suficiente para operar o programa e resolver as atividades propostas no plano de aula;
2. Apresentação das resoluções dos problemas propostos, sistemati-

zação do conteúdo de probabilidade e inserção da fórmula de probabilidade na calculadora;
3. Construção de gráficos de setores dos exercícios propostos utilizando a planilha do LibreOffice.

Primeira Etapa

Preliminarmente, foi solicitado aos alunos que possuíam telefones com sistema compatível com o do aplicativo KSC que baixassem o programa. Como aproximadamente nove alunos de uma turma de vinte e oito não possuíam telefone, a turma foi dividida em duplas para que todos manipulassem o aplicativo. Essa atividade foi desenvolvida ao longo de 1 h/a.

O conteúdo de probabilidade já havia sido trabalhado no início do quarto bimestre, de acordo com o previsto no planejamento escolar, portanto, os alunos já haviam tido um primeiro contato com o conteúdo de forma introdutória: conceito fundamental de probabilidade, tipos de eventos, experimentos determinísticos e aleatórios, e propriedades das probabilidades. Isso facilitou que os alunos iniciassem logo o desenvolvimento das atividades propostas, sem terem de aprender um novo conteúdo.

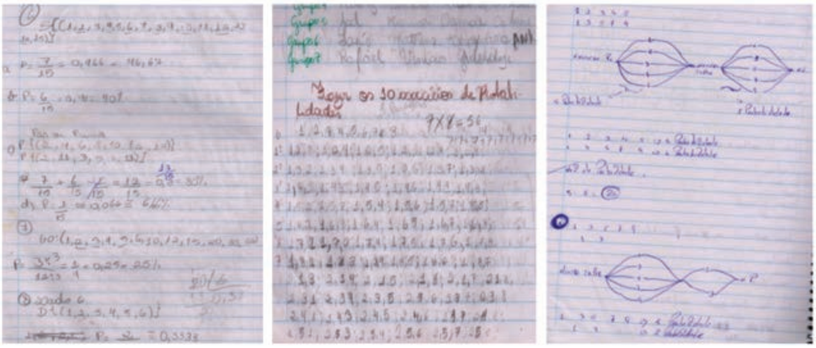
Logo no início da aula, foi distribuída aos alunos uma lista de exercícios contendo sete problemas de probabilidade e foi dado o tempo de 30 minutos para resolverem os problemas. Os alunos foram orientados a registrar o desenvolvimento da atividade no caderno através da linguagem que lhes parecesse mais adequada (algébrica, verbal ou escrita).

Durante esse período, surgiram muitas dúvidas quanto à resolução das atividades, ocasionadas pela dificuldade de interpretação de alguns dos exercícios propostos. Nesse momento, procurei interferir o mínimo possível na linha de raciocínio de cada grupo, oferecendo elementos para que os alunos debatessem entre si e buscassem a solução dos exercícios de acordo com as suas linhas de raciocínio. Os alunos foram estimulados para que fizessem uso da calculadora KSC e se aprofundassem na utilização do aplicativo. As soluções das atividades foram registradas nos cadernos (Figura 1). As atividades foram digitalizadas para que pudéssemos fazer uma análise mais detalhada do raciocínio desenvolvido pelos grupos, de forma a fundamentar melhor a intervenção no momento de apresentação das resoluções.

Após o final da atividade de resolução, conversei com os alunos sobre as principais dúvidas que eles encontraram, e foi confirmado o que foi observado durante as intervenções: a interpretação dos problemas propostos nas atividades foi o que ofereceu maior grau de dificuldade; informei que essa situação da dificuldade na interpretação seria abordada, novamente, na próxima aula, durante os debates.

Quanto ao uso do KSC, os alunos não apresentaram dificuldade para manipular e ainda teceram elogios à utilização do aplicativo. Informei que na próxima aula, iríamos aprofundar a sua utilização com comandos mais complexos, como a inserção e a utilização de fórmulas do seu banco de memória.

Figura 1 - Atividades desenvolvidas pelos grupos 1,2 e 3, respectivamente



Fonte: Autores.

Na Figura 1, pode-se verificar que o grupo 1 utilizou a abordagem algébrica, enquanto o grupo 2 construiu o espaço amostral e o grupo 3 criou uma árvore de possibilidades para determinar o resultado do exercício proposto.

Segunda Etapa

No segundo momento, foi solicitado que os grupos apresentassem suas resoluções das atividades, resolvidas na aula anterior, para os demais colegas, de modo que fosse possível debater as diferentes respostas, evitando discernir entre certo e errado, mas observando o que as resoluções apresentavam em comum. A interpretação das resoluções gerou um debate interessante entre os alunos, uma vez que divergiam sobre as respostas apresentadas em função de diferentes entendimentos entre os grupos acerca das resoluções. Intermediei o debate, orientando os alunos a ficarem atentos a determinadas informações que ajudariam na compreensão da atividade proposta.

A sistematização levou mais tempo do que o previsto, pois foi necessária a resolução de um novo grupo de exercícios para que os alunos percebessem a importância da interpretação correta dos problemas propostos. Os erros de interpretação decorriam da dificuldade de alguns grupos em diferenciar casos favoráveis de casos possíveis.

Após debate e resolução de um novo grupo de três exercícios selecionados do livro didático (SMOLE; DINIZ, 2010, p. 163), ficou claro para a turma a diferença entre casos favoráveis e casos possíveis, e pudemos, assim, avançar na execução do plano de aula. Foi necessária a utilização de uma hora a mais para a inserção da fórmula de probabilidade de ocorrência de um evento, no KSC. Os alunos não apresentaram dificuldades significativas nesse processo, pois já estavam familiarizados com os recursos do aplicativo utilizado na aula anterior.

Terceira Etapa

A última fase do plano de aula foi realizada na Sala de Tecnologia Educacional da escola, onde os alunos, utilizando o programa Calc do LibreOffice (Assistente de Planilhas), construíram gráficos de setores a partir das respostas obtidas nos exercícios resolvidos e debatidas em sala de aula.

O enunciado da atividade proposta foi exposto através de um projetor:

"Tomando como base os exercícios resolvidos na aula anterior e utilizando como fonte de informação os casos favoráveis e casos possíveis desses exercícios, desenvolva as seguintes atividades através da planilha do LibreOffice:

a) Construa uma tabela utilizando as informações selecionadas em cada exercício;
b) Após construir a tabela, construa um gráfico de setores dos casos prováveis dentro do total dos casos possíveis para comparação visual dos resultados obtidos."

Foi um momento bastante significativo, quando os alunos usaram a plenitude dos recursos tecnológicos disponíveis, refazendo os cálculos por meio da fórmula inserida no KSC, e interpretando as informações dos exercícios para inserir os dados em uma tabela da planilha para a construção do gráfico. Os alunos apresentaram grande interesse e curiosidade nessa parte da atividade, mas demonstraram um pouco de dificuldade para manipular as planilhas e construir os gráficos. Nesse momento, tivemos um auxílio da professora que dá suporte à sala de tecnologia, acompanhamos os alunos no desenvolvimento da atividade sanando dúvidas e orientando quanto à construção dos gráficos com a planilha no computador.

RESULTADOS

Foi produzida uma vasta quantidade de resoluções, o que foi bastante positivo e gerou um bom debate sobre as resoluções apresentadas. Alguns alunos utilizaram linguagem algébrica, outros preferiram montar o espaço amostral para extrair os eventos possíveis, e outros acharam melhor relatar a sua linha de raciocínio para chegar ao resultado.

As várias possibilidades de solução geraram um aprendizado significativo do conteúdo de probabilidade, mesmo com a dificuldade na interpretação dos problemas propostos, seja pela falta do hábito de leitura e/ou pela defasagem de aprendizado no ensino da matemática. Portanto, avalio que o resultado qualitativo foi mais significativo do que o resultado quantitativo, pois a produção gerada em diferentes linguagens atendeu às expectativas previstas para a atividade, que eram a compreensão do conceito de probabilidade e a sua aplicação na resolução de problemas.

Quanto à utilização dos aplicativos, o resultado obtido foi além do esperado, pois os alunos demonstraram interesse e dedicação na sua utilização.

AVALIAÇÃO

A aula foi executada com êxito, e os seus objetivos, atingidos quase que totalmente, mas, para que apresente melhores resultados, deve sofrer algumas modificações numa nova execução deste experimento:

I. Organizar melhor o tempo para resolução e debate das resoluções apresentadas;
II. Inserir com maior antecedência a utilização dos aplicativos nas atividades de sala de aula para que as dificuldades de raciocínio e de natureza matemática não sejam ofuscadas por dificuldades de lidar com os aspectos técnicos dos aplicativos.
III. Distribuir melhor as etapas da atividade no tempo disponível.

Dentre os resultados previstos, a compreensão do conceito de probabilidade demorou mais do que o previsto para ocorrer e ser sistematizada. Acredito que, o fato de os alunos não estarem de posse de algumas habilidades necessárias para a execução da atividade é consequência da defasagem de aprendizagem acumulada durante a vida escolar. Portanto, será necessária uma prévia revisão de conceitos básicos de matemática, como razão e proporção, porcentagem e operações com frações, para que os alunos desenvolvam as atividades com maior propriedade.

Não encontramos grandes dificuldades para a realização da tarefa, pois desde o início do experimento a turma se mostrou disposta a participar, o que já é um grande passo para o sucesso.

O plano para a utilização do KSC pode ter continuidade com o aprofundamento do conteúdo neste assunto, ou em outro, pois o programa traz, inserido em sua memória, as fórmulas para a utilização em outras atividades da matemática e do conhecimento, em si.

Como a atividade atingiu os objetivos dentro do esperado, pretendo aperfeiçoar o plano, para que possa ser usado em turmas futuras, e por outros colegas que demonstrem interesse em usá-lo, bem como em aulas interdisciplinares.

CONCLUSÕES

A atividade possui o objetivo de integrar as TIC's ao cotidiano da sala de aula através da resolução de exercícios e debate sobre as resoluções apresentadas. A metodologia para a aula dinamizou o ensino deste ramo da matemática, pois instigou o aluno a raciocinar ao mesmo tempo em que utilizou ferramentas do seu cotidiano, como smartphones e computadores. O uso dessas tecnologias tornou a aprendizagem mais significativa, melhorando assim a aprendizagem e desenvolvendo competências e habilidades necessárias para o desenvolvimento pedagógico e a formação humana.

O interessante na atividade foi a grande diversidade de resoluções apresentadas, e como os alunos articularam os pontos convergentes entre elas, quando foi realizado o debate de apresentação das resoluções. A utilização dos aplicativos foi fator determinante na execução da aula, tornando interessantes e desafiadoras as atividades propostas para os alunos, e instigando o seu interesse na aplicação das TICs em atividades a serem desenvolvidas no futuro.

A aplicação de TICs na sala de aula desta turma foi experimento que propiciou revelações que ficavam ocultas durante as aulas teóricas em sala de aula, pois muitos conceitos que estavam considerados como já assimilados pelos estudantes não estavam ainda suficientemente articulados; alguns estudantes não conseguiam entender o enunciado do problema ou transpor os conceitos para os aplicativos.

O resultado desta atividade aponta para a utilização do aplicativo em outras áreas do conhecimento como a Física e a Química, e em outros campos da matemática, proporcionado um leque de possibilidades para os alunos e professores que, futuramente, pretendam utilizá-lo em suas aulas.

REFERÊNCIAS

MATO GROSSO DO SUL. **Referencial curricular da rede estadual de ensino de Mato Grosso do Sul – Ensino Médio**. 1. ed. Campo Grande: Secretaria de Educação, 2012.

SANTALÓ, L. A. et al. **Didática Matemática – Reflexões Psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artmed, 1996.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Matemática – Ensino Médio**, v. 2, p. 163. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

25 O USO DE TECNOLOGIAS NO ENSINO DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO ENSINO MÉDIO

Francieli Daiane Zanquetta Pinho da Silva[58]
Sérgio Rodrigues[59]

INTRODUÇÃO

É notável o uso contínuo de aparelhos eletrônicos pelos alunos em sala de aula no ensino médio, em especial, nas aulas de matemática.

Um dos principais objetivos deste trabalho é pesquisar formas de uso das tecnologias, de maneira pedagógica, objetivando proporcionar um trabalho interativo, dinâmico e facilitador no processo de ensino e aprendizagem de matemática.

> [...] a presença da tecnologia nos permite afirmar que aprender matemática no Ensino Médio deve ser mais do que memorizar resultados dessa ciência e que a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada ao domínio de um saber fazer matemática e de um saber pensar matemático. (BRASIL, 2000, p. 41).

De acordo com Gravina e Santarosa (2015), os ambientes informatizados, por si só, não garantem a construção do conhecimento, sendo necessário que o professor projete as atividades a serem desenvolvidas de maneira a proporcionar o avanço do conhecimento matemático. O professor deve ser capaz de conciliar o que julga importante e necessário, dando liberdade à ação do aluno.

Sob esta orientação, realizamos nossa pesquisa através da experiência de aulas realizadas em uma turma de 20 alunos frequentes do 1º ano C do ensino médio, no período vespertino da Escola Estadual Doutor João Ponce de Arruda em Ribas do Rio Pardo, Mato Grosso do Sul, utilizando os recursos computacionais da Sala de Tecnologia desta escola.

---

57 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.
E-mail: francieli_daiane@hotmail.com.

58 Professor doutor na Universidade Federal da Grande Dourados.
E-mail: sergiorodrigues@ufgd.edu.br.

O tema proposto para a aula (semelhanças de triângulos e razões trigonométricas no triângulo retângulo) é coerente com o Referencial Curricular do Ensino Médio do Mato Grosso do Sul (MATO GROSSO DO SUL, 2015).

Através de relatos de professores que ensinaram este tópico em anos anteriores, os estudantes deste ano do ensino médio consideram-no, dentro do currículo, de difícil compreensão quando é utilizado apenas os recursos oferecidos por livros didáticos, ou realizando desenhos e até mesmo medições concretas. Diante disto, elaborou-se um projeto com um plano de aula no qual utilizaram-se as animações sobre este assunto que estão disponíveis no portal RIVED[60]. Com estas animações, que simulam situações concretas, é possível que o aluno visualize a aplicabilidade do conceito de semelhança de triângulos retângulos, oferecendo melhor compreensão e fixação deste conteúdo em menor tempo, auxiliando assim no processo de ensino e aprendizagem dos educandos.

> Os objetos de aprendizagem produzidos pelo RIVED são atividades multimídia, interativas, na forma de animações e simulações. A possibilidade de testar diferentes caminhos, de acompanhar a evolução temporal das relações, causa e efeito, de visualizar conceitos de diferentes pontos de vista, de comprovar hipóteses, fazem das animações e simulações instrumentos poderosos para despertar novas ideias, para relacionar conceitos, para despertar a curiosidade e para resolver problemas. Essas atividades interativas oferecem oportunidades de exploração de fenômenos científicos e conceitos muitas vezes inviáveis ou inexistentes nas escolas por questões econômicas e de segurança, como, por exemplo: experiências em laboratório [...] grandeza, medidas, força, dentre outras. (BRASIL, 2015).

Ainda para Gravina e Santarosa (1998), o recurso de simulação permite a realização de experimentos de maneira que os alunos explorem qualitativamente as relações matemáticas que se demonstram no dinamismo da representação de caráter visual, e a complexidade analítica fica por conta do aplicativo de geometria dinâmica. Desta maneira, mesmo que o aluno não possua grandes conhecimentos matemáticos, ele será capaz de explorar os conceitos mais complexos.

O aplicativo Geogebra[61] oferece recursos para que os alunos possam elaborar e consolidar os conceitos das razões trigonométricas (seno e cosse-

60 RIVED - Rede Interativa Virtual de Educação da Secretaria de Educação a Distância – SEED do MEC, que tem por objetivo a produção de conteúdos pedagógicos digitais, na forma de objetos de aprendizagem. Tais conteúdos primam por estimular o raciocínio e o pensamento crítico dos estudantes, associando o potencial da informática às novas abordagens pedagógicas.

61 Criado por Markus Hohenwarter, o GeoGebra é um software gratuito de matemática dinâmica desenvolvido para o ensino e aprendizagem da matemática nos vários níveis de ensino

no) no triângulo retângulo e proporcionar a construção dos conceitos básicos em trigonometria, a partir da manipulação da geometria dinâmica.

"A Geometria Dinâmica é ativa, exploratória e busca dar consistência a conceitos matemáticos através da 'deformação' de objetos geométricos." (FERNANDES, GUIRADO e MAIOLI, 2008, p. 8).

> A geometria de softwares que favorece ambientes onde podemos criar e construir figuras que podem ser arrastadas pela tela, mantendo os vínculos estabelecidos nas construções, ou seja, um objeto ao ser movimentado tem as medidas dos lados e os ângulos da figura atualizados simultaneamente. (JESUS, 2000, p. 2).

O uso das tecnologias de maneira pedagógica oferece visão ampla do conhecimento, favorecendo as diversas áreas.

> Os pressupostos que orientam a organização curricular do ensino médio estão relacionados com as dimensões da formação humana: trabalho, ciência, tecnologia e cultura. Essas dimensões constituem a base para a formação integral do estudante e sua preparação para o mundo do trabalho, para o exercício da cidadania e a continuidade de estudos. (MATO GROSSO DO SUL, 2012, p. 20).

PLANEJAMENTO E APLICAÇÃO DA AULA

Foram planejadas duas aulas de 50 minutos na Sala de Tecnologia Computacional da escola com os seguintes objetivos:

- Medir objetos de grandes alturas utilizando a aplicabilidade da semelhança de triângulos através do simulador RIVED e relatar os resultados obtidos na Tarefa1;
- Identificar e reconhecer os elementos do triângulo retângulo, tais como os catetos e hipotenusa; calcular as relações trigonométricas seno e cosseno de um ângulo agudo de um triângulo retângulo utilizando-se o software Geogebra e relatar os resultados obtidos na Tarefa 2.

Recursos utilizados: Sala de Tecnologia Computacional, Geogebra, internet, câmera fotográfica digital, papel sulfite para impressão da tarefa, lápis, projetor multimídia, calculadora do sistema operacional ou do telefone celular.

(do básico ao universitário). O GeoGebra reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente.

Aula 1

Foi proposto para a turma que se sentassem em roda, de maneira que pudessem ser instigados por algumas perguntas tais como a utilização e a visualização da geometria em nosso cotidiano. Durante essa roda de conversa, foi possível perceber que, para a maioria dos alunos, as formas geométricas mais utilizadas em nosso cotidiano são o retângulo e o quadrado. Então, direcionou-se a conversa para a visualização de formas triangulares. Alguns alunos se manifestaram quanto à forma do telhado da maioria das casas; outro, lembrou-se do triângulo de sinalização de trânsito; outro, do esquadro utilizado na construção civil.

A partir daí, foi questionado se eles já imaginaram, ou se tinham conhecimento de alguma situação em que usariam o triângulo para calcular ou medir distâncias ou alturas de objetos. Todos ficaram em silêncio e pensativos. Um aluno arriscou em dizer que com o esquadro também seria possível realizar algumas medidas, pois este possui as unidades de medidas de comprimento. Esta não era a resposta esperada. Perguntou-se então, se haviam lido ou assistido aos noticiários a respeito do último eclipse lunar; algo sobre a utilização de triângulos para se calcular as distâncias entre os planetas. Um aluno, que parece ser bem interessado no assunto, lembrou que leu algo a respeito e ainda fez alguma conclusão.

Após a discussão, os estudantes foram encaminhados à Sala de Tecnologia por se tratar de um ambiente que oportuniza aos alunos uma maior liberdade, onde as dúvidas, inclusive as essenciais da matemática envolvida, surgem mais espontaneamente, e os estudantes se sentem mais à vontade para perguntar, pois o ambiente e as tarefas, possivelmente misteriosas por lidar com espaços desconhecidos, favorecem a curiosidade e proporcionam momentos de maior interação professor/aluno e aluno/aluno.

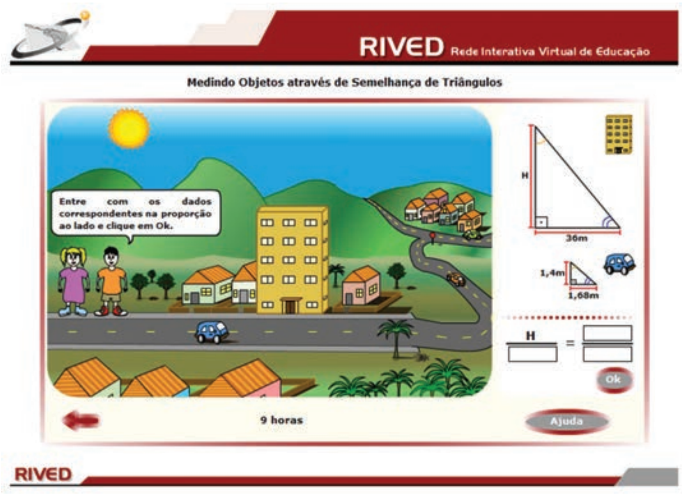
Foi entregue a Tarefa 1 para que lessem a atividade com atenção. Todos deveriam acessar o simulador "Medindo Objetos através da Semelhança de Triângulos" (BRASIL, 2015) de acordo com a orientação contida na folha da Tarefa 1. Eles não tiveram nenhuma dificuldade para acessar o portal, pois é notável a familiaridade dos alunos com a tecnologia da internet.

Após acessarem o simulador, seguiram as etapas conforme apareciam nas caixas de diálogo das personagens. Visto que alguns estavam com alguma dificuldade, as imagens do portal foram projetadas com o auxílio do projetor multimídia, e foram realizadas algumas explicações sobre os passos a serem seguidos e a maneira pela qual deveriam realizar as anotações na tabela da Tarefa 1.

Durante a realização da aula, observou-se que alguns alunos tiveram dúvidas quanto à anotação dos dados na folha, assim como estavam sendo registrados na tela do simulador, que oferece um recurso tal que, se o aluno realizar os registros incorretamente, o simulador acusa o erro e solicita que o estudante faça-o novamente.

No simulador RIVED (Figura 1) a proposta era que os alunos escolhessem uma localidade e, através de um ponto de referência, pudessem visualizar o par de triângulos semelhantes para que fosse possível calcular a altura do objeto inacessível, comparando suas medidas. Após a escolha, o simulador apresenta em formato de tabela as proporções que devem ser indicadas, de maneira que, havendo erros, o simulador os acusa.

Figura 1 - Simulador RIVED



Fonte: Brasil (2015).

Observou-se que a turma conseguiu identificar, quase que num todo, a visualização dos triângulos construídos pelo simulador, porém, a maior dificuldade da maioria foi determinar o valor da altura do triângulo maior, ou seja, o valor de H, que representava a altura do objeto maior a ser determinado através da multiplicação cruzada dos valores das proporções. Isto significa que os estudantes não apresentam domínio de razão e proporção.

Para sanar as dúvidas, foram feitos alguns questionamentos, como: “se em vez de H, tivéssemos a letra ‘X’, como resolveríamos, este cálculo? Temos uma igualdade, entre duas frações? Será que essas medidas são proporcionais?”. Um aluno chamou a atenção dizendo: “Professora, o que é proporcional?”. Visto que nem todos se lembravam do que é proporcional, alguns esclarecimentos foram necessários. Em seguida, foi proposto o seguinte problema: “Observe os triângulos formados. Se a sombra do objeto maior é o dobro da sombra do objeto menor, então, verifique a altura. Qual será?”. E alguns estudantes proferiram imediatamente que, neste caso, a altura do objeto maior também seria o dobro da altura do objeto menor.

A partir daí, retornou-se ao nosso foco e alguns estudantes lembraram que era necessário realizar a multiplicação cruzada das grandezas. Os estudantes fizeram os cálculos utilizando como recurso a calculadora do computador ou do celular, e eles foram registrados nas folhas da Tarefa 1.

Figura 2 - Tarefa 1

E.E. Dr João Ponce de Arruda
Disciplina: Matemática
Tema: **Aprendendo a semelhança de triângulos com a tecnologia**
Professora: Francieli Daiane Zanquetta
Aluno: ______________________________ nº_____ 1ºC / Data: ____/____/2015.

Tarefa 1

1 – Ajude Cláudia e Bruno a descobrirem as medidas dos objetos que encontrarão durante uma viagem projetada através de um simulador no portal Rived, disponível em http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/medindo_objetos/index2.html.
Escolha um dos locais apresentados e realize o cálculo solicitado, seguindo as orientações de Bruno e Cláudia. Para facilitar os cálculos será permitido que utilize a calculadora do Linux como auxílio.
Anote na tabela abaixo, suas escolhas e resultados encontrados.

Medindo objetos através da Semelhança de Triângulos		
Hora base para medição:		
Objetos:		
Altura indicada:		
Sombra projetada:		
Altura calculada:		

Medindo objetos através da Semelhança de Triângulos		
Hora base para medição:		
Objetos:		
Altura indicada:		
Sombra projetada:		
Altura calculada:		

Medindo objetos através da Semelhança de Triângulos		
Hora base para medição:		
Objetos:		
Altura indicada:		
Sombra projetada:		
Altura calculada:		

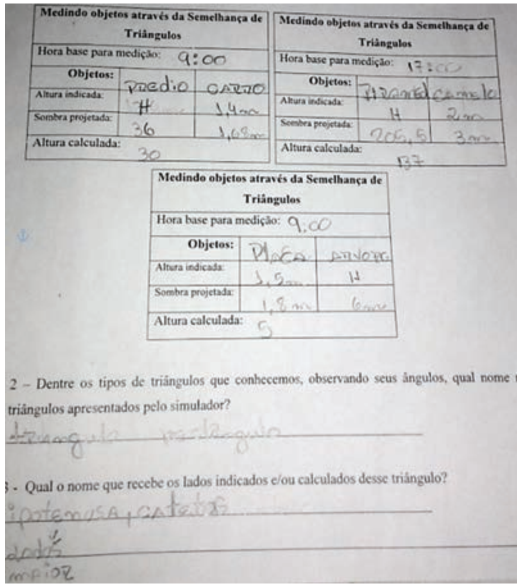
2 – Dentre os tipos de triângulos que conhecemos, observando seus ângulos, qual nome recebe os triângulos apresentados pelo simulador?
____

3 - Qual o nome que recebe os lados indicados e/ou calculados desse triângulo?
____

Fonte: Autores.

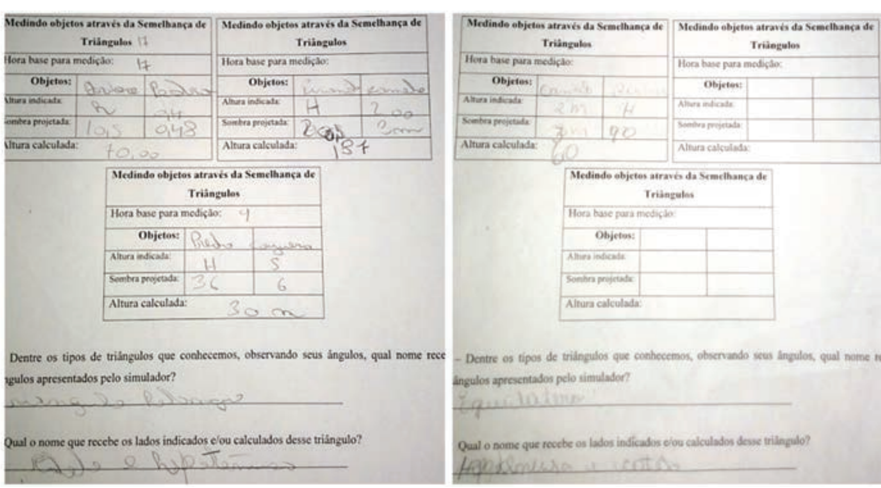
A maioria dos estudantes apresentou um resultado semelhante à Figura 3. Na Figura 4 os estudantes cometeram erros no cálculo.

Figura 3 - Solução de um dos alunos



Fonte: Autores.

Figura 4 - Solução de dois dos alunos



Fonte: Autores.

No final da aula, discutimos os resultados obtidos. Através desta discussão, os alunos expuseram suas dúvidas, que foram esclarecidas.

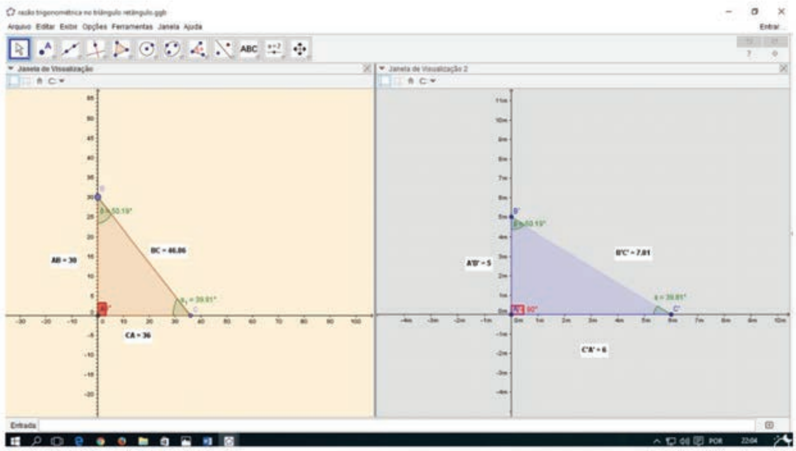
Um dos erros mais cometidos pelos estudantes se deu ao calcularem a altura da pirâmide, proposta na localidade Egito do simulador, pois a sombra aparecia fragmentada, com duas medidas que deveriam ser somadas para representar a medida real. Desta discussão ficou claro que muitos estudantes não se recordavam dos elementos do triângulo retângulo como: hipotenusa, catetos, lados opostos e adjacentes a um ângulo. Assim, foi possível estabelecer conexões e relembrar estudos realizados em anos anteriores.

Aula 2

Na segunda aula, realizada na Sala de Tecnologia Educacional, foi entregue para a turma a Tarefa 2, e, para que pudessem cumpri-la, foi necessário ter em mãos, devidamente corrigida, a tarefa da aula anterior.

Na sequência, os alunos foram orientados a acessar um arquivo do Geogebra “Razões trigonométricas do triângulo retângulo.ggb”, de autoria da professora, que apresenta duas janelas com dois triângulos, como na Figura 5.

Figura 5 - Razões trigonométricas do triângulo retângulo no Geogebra



Fonte: Autores.

Nesta figura, em cada janela estavam desenhados eixos cartesianos em diferentes escalas, adequadas para os problemas apresentados, e os estudantes poderiam representar diferentes triângulos retângulos na origem, movimentado os vértices localizados sobre os eixos cartesianos.

A Tarefa 2 consistiu em ajustar os pontos dos dois triângulos de modo que as medidas dos catetos dos triângulos fossem as mesmas anotadas na Tarefa 1 da aula anterior. Os alunos deveriam anotar na tabela da Tarefa 2 as medidas dos catetos, da hipotenusa e do ângulo α que a hipotenusa forma com o eixo horizontal, e que são fornecidos automaticamente pelo Geogebra em cada figura. Pelas medidas obtidas da aula anterior os estudantes deveriam obter dois triângulos semelhantes. Por economia de tempo, nesta atividade, não foi solicitada aos alunos a aplicação do Teorema de Pitágoras, para o cálculo da hipotenusa.

Vendo que a turma apresentou dúvidas, quanto aos elementos do triângulo retângulo, fez-se necessário relembrar as definições de lado oposto e lado adjacente a um ângulo; propondo a um aluno que pesquisasse rapidamente na internet o significado das palavras “oposto” e “adjacente” e comentasse para o restante da turma.

Para auxiliar os alunos, foi desenhado no quadro um triângulo retângulo no qual se demarcou um dos ângulos como α e os seus catetos oposto e adjacente.

Posteriormente, com o auxílio do projetor, foi exibida a figura do Geogebra e, com a participação da turma, foi realizado o passo a passo dos ajustes das medidas dos catetos de um dos exemplos estudados na aula anterior.

Foram anotando na folha de reposta as medidas do ângulo agudo α, dos catetos opostos, adjacentes e as hipotenusas de ambos os triângulos. Um dos alunos observou e compartilhou com o restante da turma que o ângulo α era o mesmo em ambos os triângulos, mesmo que as medidas dos catetos e da hipotenusa fossem diferentes.

Na sequência, foi proposto aos alunos que, com o auxílio da calculadora do Linux ou do celular, calculassem a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa de cada um dos triângulos e comparassem os valores encontrados. Logo eles observaram que as razões obtidas nos dois triângulos eram as mesmas.

A seguir, a proposta foi que calculassem a razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa de cada triângulo, e, rapidamente, concluíram que estes dois valores também conferiam.

A partir disso, estabeleceu-se o conceito de que a primeira razão encontrada definia a relação seno; e a segunda, a dos cossenos. Assim, puderam realizar o restante da atividade proposta.

Faltando dez minutos para a finalização da aula, os alunos foram orientados a trocar a atividade com seu colega do lado. Foi projetada a tabela trigonométrica no quadro e foi solicitado aos estudantes apenas conferir os resultados obtidos pelo colega sem fazer correções.

Ao observar a tabela, parte da turma se recordou de que nas últimas páginas do livro didático possui essa mesma tabela.

Nas Tarefas 1 e 2, não foi possível aos alunos concluírem todos os três itens solicitados no tempo da aula. Em uma próxima aplicação poderão compreender bem o tema proposto com apenas a resolução de duas delas e comparar as razões trigonométricas seno e cosseno calculadas com as que encontraram na tabela no final do livro didático.

Avaliação

Através desta experiência vivenciada em uma turma do 1º ano do ensino médio, foi possível observar que os alunos se sentiram motivados à compreensão do conteúdo por estarem utilizando a tecnologia. Em ambas as aulas, quando surgiam as dúvidas, eles faziam perguntas e ficavam ansiosos para manusear os objetos educacionais e realizar as atividades propostas. Ao final das aulas, afirmaram que gostaram da maneira pela qual foram direcionados, pois dificilmente eles utilizam a sala de tecnologia educacional para compreender um conteúdo novo. Segundo o relato deles, a Sala de Tecnologia é geralmente usada para realização de pesquisas na internet e, com o passar do tempo, isto acaba desmotivando-os um pouco. Disseram que, com as aulas propostas, foi possível entender o porquê dos resultados apresentados na tabela trigonométrica.

Durante a segunda aula, um dos alunos descobriu sozinho como movimentar os pontos usando apenas o teclado, e era esperado utilizar apenas o mouse. Este aluno testemunhou que gostou muito da aula e que as aulas de matemática ficam mais significativas associando-as ao uso da informática.

Diante do exposto, foi notável que grande parte dos alunos chegou ao resultado esperado e, apesar de terem dificuldades no iniciar das tarefas, puderam, no decorrer de ambas as aulas, familiarizarem-se melhor com os objetos educacionais e chegarem ao resultado esperado ou ao valor aproximado como aconteceu na Tarefa 2, pois, em algumas situações, alguns alunos não conseguiram ajustar os catetos no valor exato, mas notaram que cada par de triângulos ajustados no Geogebra possuíam ângulos α iguais e, consequentemente, as razões seno e cosseno também eram as mesmas, e isso acontecia devido aos triângulos serem semelhantes; mesmo com tamanhos diferentes, possuíam ângulos congruentes.

CONCLUSÕES

É gratificante quando notamos que, em parte, nossos objetivos foram alcançados, porém, para uma próxima aplicação desta aula, seria necessário dosar melhor a quantidade de atividades propostas para os alunos, pois o mais importante não é a quantidade, mas sim a qualidade dos resultados obtidos.

Ao final das atividades, alguns alunos se manifestaram dizendo que gostaram do tipo da aula realizada na sala de tecnologia, pois, habitualmente, utilizam a mesma apenas para realizar pesquisas, não sendo possível comparar resultados assim como fizemos utilizando os objetos de aprendizagem. Outros, manifestaram-se afirmando que, usando o computador, foi possível compreender o conteúdo mais rápido do que na sala de aula convencional.

O uso do simulador e do software Geogebra facilitou que os alunos pudessem chegar a conclusões de maneira mais eficiente.

> A educação escolar precisa compreender e incorporar mais as novas linguagens, desvendar os seus códigos, dominar as possibilidades de expressão e as possíveis manipulações. É importante educar para usos democráticos, mais progressistas e participativos das tecnologias, que facilitem a evolução dos indivíduos. (MORAN, 2006, p. 36).

Assim, as novas tecnologias nas aulas de matemática permitem, tanto para os alunos, quanto para o professor, expressarem-se, através delas, produzindo uma aprendizagem mais significativa, e, ao mesmo tempo, integram estudantes na vida profissional e na sociedade.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação – Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio** (Parte 3): Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEB, 2000, p. 41. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 11 de nov. de 2015.

________. **RIVED - Rede Interativa Virtual de Educação**. SEED. Conheça o Rived. Disponível em: <http://rived.mec.gov.br/site_objeto_lis.php>. Acesso em: 11 de nov. de 2015.

FERNANDES, M. A.; GUIRADO, J. C.; MAIOLI, M. **Um Estudo Dos Quadriláteros No Software Geogebra.** 2008, p. 8. Disponível em: <http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_maria_aparecida_fernandes.pdf>. Acesso em 13 de nov. de 2015.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. **A aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados**. IV Congresso RIBIE. Brasília, 1998. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/niee/eventos/RIBIE/1998/pdf/com_pos_dem/117.pdf>. Acesso em 13 de nov. de 2015.

JESUS, E. S. de. **Educação Matemática com Cabri-Géomètre na 7ª Série do Ensino Fundamental**. Disponível em: <https://repositorio.ucb.br:9443/jspui/bitstream/10869/1783/1/Erika%20Silva%20de%20Jesus.pdf>. Acesso em: 19 de abr. de 2023.

MATO GROSSO DO SUL. **Referencial curricular da rede estadual de ensino de Mato Grosso do Sul – Ensino Médio**. 1. ed. Campo Grande: Secretaria de Educação, 2012.

MORAN, J. M. Ensino e aprendizagem inovadores com tecnologias audiovisuais e telemáticas. In: MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica.** 12. ed. Campinas, SP: Papirus. 2006.

26 UTILIZAÇÃO DO APLICATIVO LIBREOFFICE CALC NO ENSINO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Margarete Medina Maciel[62]
Sérgio Rodrigues[63]

INTRODUÇÃO

A tecnologia utilizada como ferramenta na aplicabilidade de uma metodologia diferenciada proporciona a oportunidade de realizar um trabalho com o uso da tecnologia digital em atividades que envolvam os alunos nos componentes curriculares, possibilitando uma maior motivação.

O mundo dos jovens está inundado de novas tecnologias e eles são “nativos” nas linguagens geradas por elas, e o ensino, de modo geral, tem que se integrar e incorporar estas tecnologias aplicadas no comércio e no mundo financeiro. É uma das formas de integrar os jovens no meio social.

Partindo desta ideia, durante o Curso de Especialização ao Ensino da Matemática para o Ensino Médio da Universidade Federal da Grande Dourados, de acordo com a proposta da disciplina Projeto de Investigação em Sala de Aula, foi elaborado um plano de pesquisa sobre métodos de ensino de matemática através de aula inédita e inovadora, que usasse novas tecnologias para aplicação a alunos do 1° ano do ensino médio, em uma escola da Rede Estadual de Ensino do Estado de Mato Grosso do Sul. A aplicação deste plano resultou em um relato de experiência que serviu de base para esta pesquisa.

O tema escolhido para esta pesquisa foi a Matemática Financeira e, para este fim, foi utilizado o software LibreOffice Calc[64], que é de uso livre, para resolver problemas sobre porcentagem e juros simples.

---

62 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.
E-mail: margaretemmaciel@gmail.com.
63 Professor doutor na Universidade Federal da Grande Dourados.
E-mail: sergiorodrigues@ufgd.edu.br.
64 Libre Office Calc é um programa freeware e gratuito que possibilita a criação, edição e apresentação de planilhas eletrônicas. Disponível em: https://pt-br.libreoffice.org/ .

A escolha deste programa se justifica pois ele é empregado largamente na administração comercial e também pode ser usado para o ensino de outros conceitos matemáticos como estatística, cálculo numérico de fórmulas algébricas, equações algébricas e gráficos de funções matemáticas.

Os resultados obtidos foram positivos, pois os estudantes se mostraram interessados e motivados a aplicar a tecnologia empregada em outros assuntos de matemática do 1º ano do ensino médio.

PLANO DE AULA

O plano de aula foi desenvolvido a partir da escolha do conteúdo de Matemática Financeira: porcentagem e juros simples, com o objetivo de reconhecer a importância da matemática financeira na vida cotidiana, bem como saber resolver situações-problema envolvendo porcentagem e juros simples.

Este conteúdo foi abordado em cinco aulas, nas quais foram inclusas explicações sobre os conceitos da matemática financeira e a utilização da planilha Calc.

A escolha do assunto se justifica, pois, no referencial curricular do Ensino Médio do MS, está previsto que para o 4° bimestre do ano letivo do 1° ano do ensino médio o assunto é Matemática Financeira, que inclui porcentagem e juros simples.

Para a realização desse trabalho foi necessária a utilização da Sala de Tecnologia Educacional da escola, computadores, projetor interativo multimídia para apresentação dos slides e folhas de tarefas. O planejamento das aulas levou em consideração os conceitos estipulados nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000), o Referencial Curricular do Ensino Médio da Secretaria do Estado de Educação (MATO GROSSO DO SUL, 2012), e o Projeto Político Pedagógico da instituição (ESCOLA ESTADUAL CASTELO BRANCO, 2015) em que o plano de aula foi aplicado.

As atividades foram planejadas visando permitir que os alunos compreendessem e interpretassem o conteúdo de porcentagem e juros simples e, a partir daí, pudessem sistematizar uma situação de modo a calcular porcentagens relacionadas a ideias de lucro e prejuízo, bem como desconto e acréscimo.

As atividades foram organizadas de modo que as respostas dos alunos fossem registradas em folhas de papel, e suas resoluções e estratégias fossem discutidas e compartilhadas com os demais alunos.

APLICAÇÃO DO PLANO

Aula 1

Na primeira aula, foram apresentadas transparências, contendo explicação do conteúdo, e enfatizando a importância da matemática financeira na vida cotidiana, tendo como objetivos:

- Familiarizar e conceituar os alunos com a linguagem de porcentagem;
- Familiarizar o aluno com o uso de calculadoras comerciais para operações financeiras simples;
- Familiarizar o aluno com o uso de planilhas no computador;
- Calcular lucros/descontos de forma individual para um e para vários produtos.

Para esta aula, foi utilizado o tempo de 50 minutos durante o qual foi apresentado um vídeo com o tema: "A matemática no cotidiano[65]", que trata, de uma forma dinâmica, da importância da matemática financeira no cotidiano das pessoas.

Para justificar e contextualizar o uso de diferentes tecnologias para resolver situações da matemática financeira foi apresentada aos alunos a seguinte situação: "Um vendedor de uma loja comercial atende um cliente por vez, que compra, na maioria dos casos, uma mercadoria apenas. O cálculo do valor de venda dos produtos pode ser feito com uma calculadora comercial, pois ainda é mais prático para o vendedor. O gerente ou contador desta loja deve conferir e contabilizar todas as vendas e evidentemente, neste caso, as planilhas entram em cena, pois facilitam o controle de um grande volume de vendas."

Nesta primeira aula, foram introduzidos os conceitos de porcentagem, lucros e descontos com resolução de problemas, fazendo-se uso de papel e calculadora. Essa abordagem foi utilizada antes de introduzir o aplicativo Calc para que, neste contato inicial, pudéssemos verificar o nível de conhecimento dos alunos e avaliar suas habilidades investigativas.

Aulas 2 e 3

Nas segunda e terceira aulas, foram utilizados dois horários seguidos de 50 minutos cada, com o objetivo de aprender a resolver situações-problemas envolvendo porcentagem. Foi proposto aos alunos que trabalhassem em gru-

65 A matemática no cotidiano. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=6j1Rq2Zowlw. Acesso em: 16 de out. de 2015

pos formados por dois alunos, muito embora a Sala de Tecnologia Educacional dispusesse de um aluno por computador. Através da explicação, com auxílio de transparências auxiliares, foram mostrados exemplos de situações-problema envolvendo porcentagem e juros simples, com soluções.

Diante do exposto, foi apresentado, em forma de slides, um exemplo de planilha eletrônica, para que os alunos aprendessem na prática as diversas aplicações do conteúdo em questão.

Em seguida, abriram o aplicativo e iniciaram a construção da planilha eletrônica. Foi lembrado que a porcentagem representa um número dividido por 100, como, por exemplo: 50/100 que é igual a 50%. Durante a explicação, os alunos comentaram sobre suas experiências. Foi questionado se eles tinham aprendido sobre o conteúdo, e eles disseram que sim. Foi observado, durante a explicação, que muitos alunos já tinham noção e algumas experiências com o conteúdo, porém, aplicá-lo no aplicativo Calc foi novidade e motivou a praticarem e perguntarem sobre outras formas de aplicação.

Foram solicitadas aos alunos, para comporem, na planilha, quatro colunas com os nomes: produto, valor de compra, quantidade, valor de venda e porcentagem do lucro (Figura 1). A seguir, foi solicitado que planejassem o que iriam fazer na planilha em papel e foram instruídos sobre como aplicariam o cálculo manualmente, com base na interpretação da tabela. Assim, o conceito de porcentagem foi abordado novamente, com a construção desta, que foi facilmente compreendida.

Figura 1 - Exercício

PRODUTO	VALOR DA COMPRA	QUANTIDADE	VALOR DE VENDA
Produto AB1	5	24	5,25
Produto AB2	4	31	
Produto AB3	3	25	
Produto AB4	6	28	
Produto AB5	7	37	
Produto AB6	8	21	
Produto AB7	5	26	
Produto AB8	4	35	
Produto AB9	3	31	
Produto AB10	9	20	

PORCENTAGEM DO LUCRO
5%

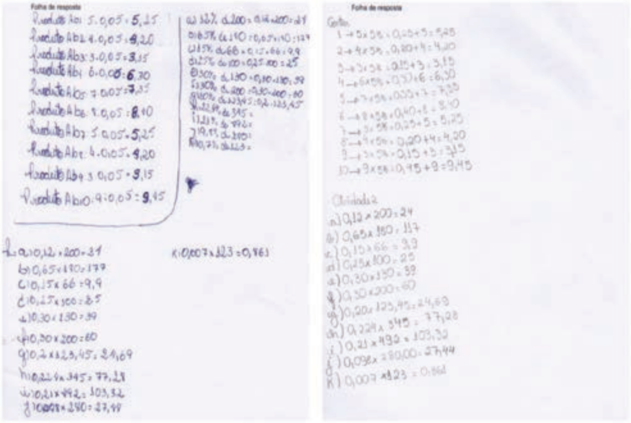
Fonte: APRENDER EXCEL (2013).

Inicialmente, como muitos alunos não possuíam domínio sobre as ferramentas da planilha, foram trabalhadas algumas noções do menu do Calc e algumas formatações necessárias para o desenvolvimento da atividade.

Após a apresentação da planilha e sua construção, os alunos foram orientados a resolver primeiramente os cálculos em folhas de tarefas, utilizando calculadoras convencionais ou o aplicativo de calculadora disponível no computador.

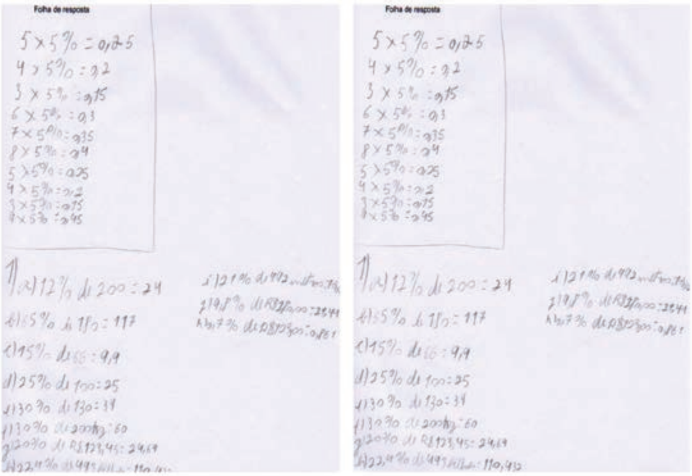
É importante observar que os números de valor da compra, conforme Figura 1, representam um valor simbólico, ou seja, não representam um valor realista. Assim, temos alguns exemplos das folhas de resposta entregues pelos alunos, baseadas na interpretação da tabela, bem como a análise dos resultados como nas Figuras 2 e 3.

Figura 2 - Respostas dos alunos 1 e 2, respectivamente



Fonte: Autores.

Figura 3 - Respostas dos alunos 3 e 4, respectivamente



Fonte: Autores.

Observa-se que o aluno 1 (Figura 2) multiplicou o valor de compra do produto pela porcentagem do lucro do produto, dando o resultado do valor de venda. Observe que ele multiplica 5 x 0,05 = 5,25, utilizando o método decimal. O aluno 1 cometeu um erro básico, pois não somou o resultado ao valor do produto, mas seu resultado foi correto. É interessante observar que o aluno 1, observando o resultado dos colegas, passou a caneta sobrescrevendo seu resultado original, sem entender o processo que ocorreu.

O aluno 2 (Figura 2) multiplicou o valor de compra pela porcentagem de lucro do produto, e ao final somou o resultado com o valor de compra, aplicando corretamente o raciocínio.

O aluno 4 (Figura 3) aplicou o método fracionário, chegando ao resultado do lucro obtido, e somou o resultado ao valor de compra do produto.

O aluno 3 (Figura 3), utilizando-se do método decimal, somente multiplicou o valor de compra do produto pela porcentagem do lucro, esquecendo-se de somar esse resultado ao valor do produto.

Após a realização dos cálculos na folha de respostas, os alunos foram orientados a preencherem a planilha com o auxílio de explicação, e nela teriam de montar uma fórmula que apresentasse o resultado correto, levando em consideração a linha e a coluna da planilha.

Durante a realização da atividade, os estudantes se depararam com as seguintes dificuldades: “Como montar uma fórmula utilizando os parâmetros de linha e coluna?”.

A dificuldade apresentada foi resolvida abrindo-se no projetor interativo multimídia uma planilha em branco como exemplo, mostrando, passo a passo, como manipular o aplicativo.

Alguns alunos já conheciam o aplicativo, o que possibilitou que eles auxiliassem os que não o dominavam muito bem.

Alguns alunos levantaram o seguinte questionamento: “Para que serve a coluna ‘quantidade’?”. Na mesma hora, um aluno respondeu: “Para ter o lucro total da empresa!”. Assim, foi aproveitada a discussão para se explicar que, após o cálculo do valor de venda em cima da porcentagem proposta, deve-se multiplicá-lo pela quantidade de produtos, para se obter o lucro total da empresa.

A aplicação desta ferramenta possibilitou aos alunos a visão da aplicação da matemática financeira em vários setores da sociedade, percebendo a sua importância e suas diversas possibilidades.

Assim, levando em conta a dinâmica do software, eles aplicaram a fórmula “=(B2*F2)+B2”, em que B2 é o valor da compra do produto, multiplicado por F2, sendo este a taxa de lucro, somado ao valor do produto, para se obter o resultado do valor de venda.

É importante dizer o quanto os alunos demonstraram interesse com essa forma de utilização da matemática, lembrando que, durante a aplicação, eles foram incentivados a utilizar a calculadora disponível no Sistema Operacional Linux, dado que a escolha de uma calculadora ou planilha para resolver um problema financeiro depende do volume de dados que temos de utilizar, e das facilidades de acesso a estes recursos em cada momento.

Aulas 4 e 5

Nas quarta e quinta aulas foram utilizados dois horários seguidos de 50 minutos cada, com o objetivo de se resolver problemas envolvendo juros simples, bem como para se utilizar exemplos abordando o preço de custo e de venda de mercadorias, com juros simples, e com taxa de juros anual e mensal.

A seguir, vamos justificar a nossa opção de ensinar o estudante a calcular o valor da prestação de modo automático na planilha, sem apresentar uma dedução ou sua justificativa durante a aula.

Na compra a prestação de uma mercadoria, temos que considerar que as prestações já pagas devem ser abatidas (amortizadas) do saldo devedor e é sobre este saldo que incide a taxa de juros mensal.

Na matemática financeira, o conceito de juros é a quantia que se paga, além do capital pelo empréstimo realizado, ou seja, quando se adquire um empréstimo, é estipulado na contratação um valor emprestado que vamos chamar de capital, a taxa de juros aplicada, e o prazo que pode ser ao mês/ano. Sendo assim, temos a seguinte fórmula:

$$J = C \times i \times t$$

De modo que J = juros, C = Capital, i = taxa de juros (mensal/anual) e t = tempo (meses/ano).

Se compramos uma mercadoria com o preço à vista C0 e sobre o qual incide uma taxa de juros mensal i e pagamos uma prestação mensal p, então vamos denotar sucessão do saldo devedor a cada mês por C0, C1, C2, ..., Cn até ficar nulo e

$$Cj+1 = Cj + iCj - p = (1+i)Cj - p \quad \text{com } j = 0, 1, 2, \dots, n.$$

Vamos denotar a soma da PG:

$$A_n = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1} = ((1+i)^n - 1)/\, i$$

Portanto, fazendo-se substituições e supondo que a n-ésima parcela anula o saldo devedor, então podemos deduzir que o valor da prestação é dado por:

$$p = C_0(1 + i)^{n+1}/A_n$$

Esta fórmula pode ser calculada pela planilha automaticamente.

Os estudantes do 1º ano do ensino médio serão apresentados ao conceito de PG e à fórmula de sua soma apenas no 2º ano, como está previsto no referencial curricular do Estado. Julgamos que, mesmo que o estudante não esteja habilitado a entender a dedução da fórmula, saberá calcular o valor das parcelas de uma compra a prazo, desde que conheça o valor do capital, taxa de juros mensal e o número de parcelas, o que é de grande utilidade para a economia e planejamento das famílias.

REALIZAÇÃO DA AULA

Foram utilizadas transparências[66] para a explicação dos conceitos e, após, os alunos iniciaram a proposta da atividade, que segue a seguinte problemática:

"Em uma loja de eletrodomésticos, um comprador deseja adquirir um produto. Esse produto terá um valor à vista. O cálculo do valor do produto financiado será realizado levando em conta o prazo, a taxa de juros e o valor mensal."

Notações utilizadas:

- Valor Financiado (VP): corresponde ao valor presente na fórmula, ou seja, o capital, valor financiado ou empréstimo.
- Prazo (Nper): corresponde ao Nper da fórmula, ou seja, o número total de pagamentos, no período, as "suaves prestações".
- Taxa de Juros (Taxa): corresponde à taxa de juros anual/mensal aplicada ao período.
- Valor Mensal: corresponde ao valor mensal a ser pago, já acrescido de juros.
- Valor Total: corresponde ao valor total a ser pago, já acrescido de juros.

Nesta atividade, durante a explicação, foi apresentado como realizar o cálculo de juros simples, utilizando a fórmula que os alunos utilizam no dia a dia em sala de aula, porém o objetivo era a aplicação desse conceito em uma

65 Fonte: MATEMÁTICA FINANCEIRA. http://pt.slideshare.net/arpetry/conceito-e-exerccios-de-matemtica-financeira?qid=f90e-4e39-4dcl-46e5-88bl-6ceb57b57e51&v=default&b=&from_search=2 (adaptação). Acesso: em 16 de out. de 2015.

função preestabelecida no software, com o auxílio da Função PGTO. Foram utilizados os slides para demonstrar cuidadosamente os procedimentos para criar a planilha Calc. Quando chegou o momento de desenvolver a fórmula, foi dado um tempo de 10 minutos para que os alunos pensassem em uma maneira de se resolver e registrar diretamente no aplicativo. Assim, foi apresentada a planilha, conforme Figura 4.

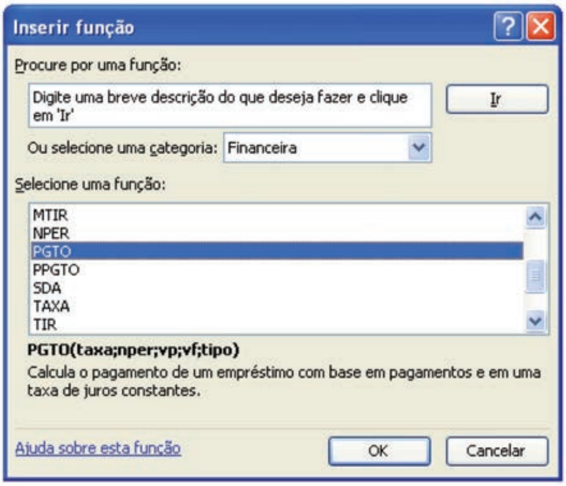
Figura 4 - Atividade com planilha para aplicação da atividade prática

	A	B	C	D	E
1	Valor Financiado	Prazo	Taxa de Juros	Valor Mensal	Valor Total
2	R$ 50.000,00	24	2,00%		
3	R$ 500,00	16	1,65%		
4	R$ 24.700,00	12	1,70%		
5	R$ 22.300,00	18	1,50%		
6	R$ 16.800,00	6	2,50%		
7	R$ 5.100,00	9	4,00%		
8	R$ 1.000,00	10	1,50%		

Fonte: APRENDER EXCEL (2013).

Após a planilha criada pelos alunos, foram apresentados os procedimentos passo a passo para se obter a função PGTO: "Clique na célula D2 e logo após localize o menu inserir / Função. Na caixa de diálogo Inserir Função escolha a categoria Financeira e, logo depois, clique na função PGTO", conforme a Figura 5.

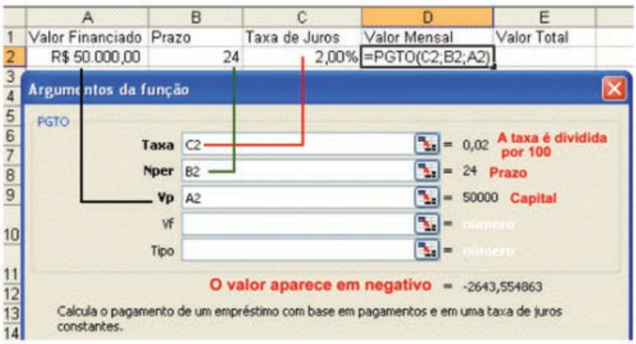
Figura 5 - Primeiro passo



Fonte: APRENDER EXCEL (2013).

“Na janela Argumentos da Função, defina a célula C2 para a taxa (taxa de juros), B2 para Nper (prazo) e A2 para Valor Presente (capital)”, conforme a Figura 6.

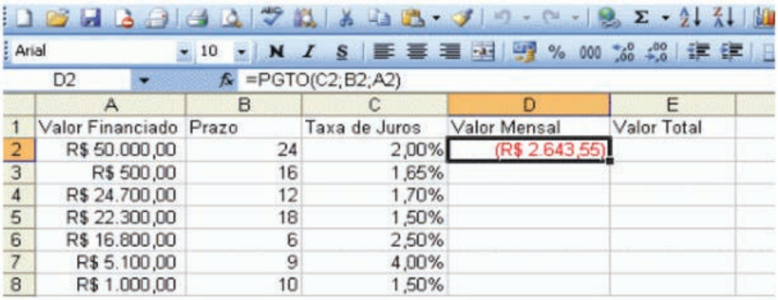
Figura 6 - Segundo passo



Fonte: APRENDER EXCEL (2013).

Após os alunos digitarem a função, é solicitado que deem um “ok” para verem o resultado. O resultado deve ser idêntico à Figura 7.

Figura 7 - Terceiro passo



Fonte: APRENDER EXCEL (2013).

Após o desenvolvimento desse procedimento, foi verificado que os alunos, apesar de seguirem o passo a passo, não entenderam como ocorreu o cálculo. Foi necessária uma intervenção, explicando, com o apoio do quadro, qual era a lógica do cálculo, sendo fornecido, na tabela, o valor financiado Vp, prazo Nper, taxa de juros Taxa, obtendo-se como resultado o valor mensal a ser pago deste financiamento.

Nessa atividade sobre juros simples, os alunos ficaram um pouco receosos, mas aos poucos foram explorando os recursos da planilha. Com algumas intervenções, conseguiram construir as fórmulas e chegar à resposta correta das atividades solicitadas. Dessa forma, os alunos construíram a fórmula para se calcular os juros a partir do montante, período e taxa. Como a taxa foi dada em porcentagem e o período em meses, notamos que o aluno compreendeu a função aplicada, na planilha, encontrando o resultado. Era importante que os alunos entendessem como é aplicado o cálculo quando trabalhamos com função, e principalmente entender que a planilha eletrônica trabalha com uma função preestabelecida para se realizar um procedimento matemático. Assim, a função PGTO aplica uma fórmula que fornece cálculo automático do valor de parcelas de compras a prazo. Nessa segunda parte da explicação, os objetivos que pretendíamos alcançar aplicando essa atividade prática com planilhas foram alcançados.

RESULTADOS

Observei que os alunos, a princípio, ficaram apreensivos em utilizar a planilha do Calc, pois só conheciam o software superficialmente e, também, estão acostumados a estudar matemática somente com livros e exercícios. Isso os deixou inseguros no início das atividades, mas essa preocupação foi aos poucos se desfazendo e, no final das atividades, tinham domínio das principais ferramentas da planilha. O desconhecimento do Calc na plataforma Linux não foi um fator negativo, por ser de fácil compreensão. Durante a explicação das atividades, os alunos participaram ativamente, auxiliando uns aos outros, estabelecendo conexões entre suas resoluções e os possíveis erros que foram cometendo.

AVALIAÇÃO

A avaliação foi utilizada de maneira a oportunizar aos alunos momentos de reflexão sobre sua participação enquanto colaboradores de sua aprendizagem, quando observei a participação dos alunos e interação enquanto seres sociais com conhecimentos a serem partilhados. Assim, eles tiveram a possibilidade de refletir sobre sua própria evolução durante a realização das atividades a eles apresentadas. Eles também tiveram a oportunidade de analisar a importância de suas atitudes com o autoaprendizado, que pode ocorrer de forma dinâmica, criativa e inovadora, com a finalidade de se incluírem neste processo como seres críticos, ativos e responsáveis. A avaliação também foi feita através da realização de tarefas pelos alunos durante as aulas, utilizando folhas para respostas, que serviram para produzir um diagnóstico de como e quanto a turma aprendeu.

CONCLUSÕES

Ao elaborar a aula relatada nesta pesquisa, a finalidade foi aplicar uma metodologia utilizando tecnologias para a sala de aula, visando despertar o interesse dos alunos por uma maneira diferente de aprender, pois estas metodologias podem auxiliar na construção do conhecimento. Os resultados das tarefas mostraram que houve um enriquecimento na abordagem dos conteúdos, demonstrando que a informática no ensino, e em especial no ensino da matemática, foi utilizada de forma adequada e dinâmica, e é um instrumento valioso, um aliado no processo de construção de uma aprendizagem significativa.

Levando em consideração todo o processo em que ocorreu a aula, foi analisado que se necessitaria de mais horas/aulas para a aplicação desta proposta, sendo cinco aulas insuficientes para uma boa aplicação.

Também, sobre a aplicação da atividade de juros simples, seria interessante fazer uma abordagem diferenciada, e trabalhar com os cálculos diretos das fórmulas, sem se trabalhar com as funções automáticas da planilha.

Através dos resultados obtidos, pude constatar que o principal objetivo foi atingido, e trouxe também benefícios para o professor, pois preparar uma aula utilizando metodologias relacionadas a tecnologias possibilita a inclusão da tecnologia digital na prática pedagógica e, no geral, a questão da integração das novas tecnologias na sala de aula deve estar articulada ao trabalho pedagógico docente.

REFERÊNCIAS

APRENDER EXCEL. **Cálculos de juros simples e compostos no Excel**. Disponível em: <http://www.aprenderexcel.com.br/2013/tutoriais/calculo-de-juros-simples-e-composto-no-excel>. Acesso em: 16 de out. de 2015.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC, 2000.

ESCOLA ESTADUAL CASTELO BRANCO. **Projeto Político Pedagógico**. Escola Estadual Castelo Branco. Bela Vista / MS, 2015.

MATO GROSSO DO SUL. **Referencial curricular da rede estadual de ensino de Mato Grosso do Sul – Ensino Médio**. 1. ed. Campo Grande: Secretaria de Educação, 2012.

27 O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS NO ENSINO MÉDIO

Reinaldo Morinigo[67]
Sérgio Rodrigues[68]

INTRODUÇÃO

Os alunos do ensino fundamental e médio utilizam com muita desenvoltura e naturalidade os recursos de comunicação ofertados pela internet nos telefones celulares e computadores para comunicação nas redes sociais, jogos, compras e outras atividades. Eles estão ligados e conectados entre si, quase que o tempo todo, como se a internet fosse uma extensão do mundo material à sua volta ou uma extensão de seus corpos. Cabe a nós, os professores, pesquisar como utilizar os recursos das tecnologias em sala de aula a favor da educação destes jovens aproveitando a curiosidade natural deles e as facilidades com que lidam com elas como se fosse uma linguagem "nativa".

O tema escolhido para trabalhar o uso das tecnologias na educação foi Função Quadrática, uma vez que esse conteúdo faz parte do currículo do 1º ano do ensino médio, conforme o Referencial Curricular do Ensino Médio do Estado do Mato Grosso do Sul (MATO GROSSO DO SUL, 2012).

A escolha da metodologia da tecnologia utilizada foi feita após a leitura de alguns textos referentes ao uso de tecnologia na educação matemática.

> As novas tecnologias oferecem instâncias físicas em que a representação passa a ter caráter dinâmico, e isto tem reflexos nos processos cognitivos, particularmente no que diz respeito às concretizações mentais. Um mesmo objeto matemático passa a ter representação mutável, diferentemente da representação estática das instâncias físicas tipo "lápis e papel" ou "giz e quadro-negro". O dinamismo é obtido através de manipulação direta sobre as representações que se apresentam na tela do computador. (GRAVINA; SANTAROSA, 1998, p. 10).

---

67 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.
E-mail: reinaldomoringo@hotmail.com.

68 Professor doutor na Universidade Federal da Grande Dourados.
E-mail: sergiorodrigues@ufgd.edu.br.

Esta metodologia de ensino vem alcançando o seu espaço no âmbito educacional e os alunos estão interligados com essas novas ferramentas diariamente, e devemos aproveitar esse interesse nestas tecnologias e utilizá-las de forma a que contribuam para o ensino e aprendizagem da matemática, também.

O nosso plano de aula teve como intuito, além de testar uma metodologia de ensino para funções quadráticas, propiciar aos alunos uma aula diferenciada, utilizando como recurso as tecnologias disponíveis atualmente no mercado e que têm contribuído muito para o ensino e a aprendizagem da educação matemática em geral.

A escolha do software Geogebra se deu por conhecermos suas contribuições para o ensino e suas potencialidades para muitos ramos da matemática, pois, com ele, podemos fazer construções de gráficos de funções em geral e, além disso, podemos desenhar retas, polígonos e calcular áreas de figuras geométricas. Outro motivo pela escolha se deu pelas facilidades de se organizarem tarefas que possam contribuir para a fixação do conteúdo de funções quadráticas.

A aplicação da aula foi realizada no 1º ano do ensino médio da Escola Estadual José Bonifácio, na cidade de Porto Murtinho-MS, em uma sala de aula de outro professor regente, para um total de vinte alunos, sendo um aluno portador de necessidades educacionais especiais. Foi utilizado o laboratório de informática que possui dez computadores.

PLANEJAMENTO E APLICAÇÃO DA AULA

O planejamento da aula foi realizado após a leitura de alguns artigos relacionados ao uso de novas tecnologias no âmbito da educação matemática.

O objetivo desta aula foi fazer com que os alunos analisassem e compreendessem tanto algebricamente como geometricamente o comportamento das funções quadráticas com o auxílio do software Geogebra.

> O recurso de múltiplas representações, no caso analítica e geométrica, favorece a construção de relações entre operações algébricas na expressão da função e movimentos geométricos em gráficos. Em uma família, a função básica é a que tem a expressão algébrica mais simples, e as demais funções são obtidas a partir de operações algébricas sobre a expressão da função básica. Os gráficos dos elementos da família são identificados a partir de movimentos geométricos aplicados ao gráfico da função básica: translação vertical ou horizontal; dilatação ou contração nas direções horizontais e verticais; reflexões. Com a possibilidade de plotar simultaneamente diversos elementos da família, o aluno explora o tipo de movimento aplicado ao gráfico da função básica. (GRAVINA; SANTAROSA, 1998, p. 19).

Os recursos didáticos utilizados na aplicação do plano de aula sobre Funções Quadráticas foram caderno, lápis e o software Geogebra. A aula foi executada no dia 5 de novembro de 2015, na Escola Estadual José Bonifácio, no município de Porto Murtinho/MS, com os alunos do 1º ano do ensino médio. O plano foi desenvolvido em duas horas/aulas.

A aula foi iniciada com a explicação do conceito de função quadrática e sua lei de formação que é representada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, sendo a, b e c números reais e $a \neq 0$. Em seguida, foi apresentado aos alunos o software Geogebra e expostas as suas potencialidades. Os alunos já tinham conhecimento de outros softwares, porém ainda não conheciam o Geogebra.

O professor regente da sala me acompanhou durante a aplicação do plano de aula, pois ele também mostrou interesse em compreender o software.

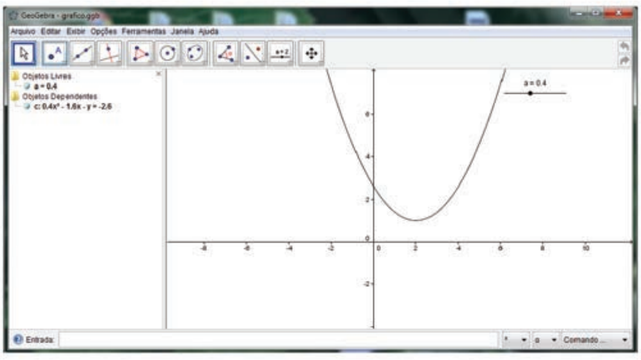
Em seguida, expliquei por meio de um exemplo como plotar as funções e como inserir o seletor para limitar os intervalos atribuindo valores para a, b e c. Pude perceber que os alunos tiveram dúvidas operacionais, mas conforme as dúvidas iam surgindo os alunos perguntavam e eu, juntamente com a participação dos demais alunos, procurávamos saná-las.

Os alunos puderam visualizar o comportamento dos gráficos, bem como seu deslocamento, com auxílio da ferramenta do software seletor, que por sua vez limita os valores dos coeficientes da função quadrática.

Após os exemplos foi repassada aos alunos uma lista de problemas descrita a seguir, contendo algumas atividades para que fossem realizadas com auxílio do Geogebra.

1. Usando um botão a apenas você pode estudar a função “y-1=a*(x-2)²”. O que ocorre com a função quando variamos o coeficiente a.

Figura 1 - Função quadrática no Geogebra



Fonte: Autores.

O intuito desta atividade é que o aluno compreenda que a função, quando possui o coeficiente maior que zero, possui a concavidade voltada para cima, quando o coeficiente for menor que zero, a concavidade será voltada para baixo, e quando o coeficiente for zero a parábola não existe.

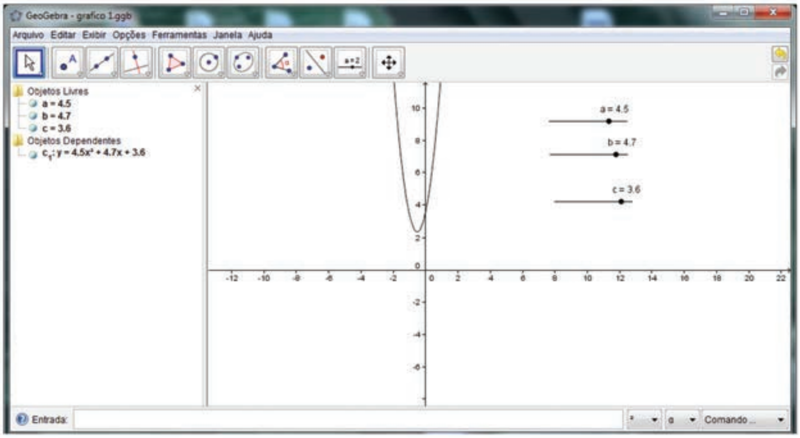
2. Plote a função “y=a*x^2+b*x” e utilize os controles deslizantes.

a) Ajuste os valores para “a” no intervalo, variando de -3 a 6 na função. O que ocorre no comportamento da função?

A finalidade desta atividade era que os alunos percebessem que o comportamento do gráfico se movia com translação vertical e horizontal, e com essa possibilidade de, apenas em um gráfico, poderem ter várias modificações com a variação dos coeficientes.

b) Ajuste os valores para coeficiente “a”, sendo que o intervalo do seletor “a” varia de -4 a 7. Justifique sua resposta.

Figura 2 - Função quadrática no Geogebra



Fonte: Autores.

Durante essas atividades, os alunos interagiram uns com os outros, tentando compreender o que ia ocorrendo com os gráficos das funções.

Os alunos, durante a execução das atividades, tiveram dificuldades para realizar o que o enunciado das questões dizia, mas essas dúvidas foram sanadas com explicações detalhadas sobre o uso do aplicativo e sobre funções quadráticas.

O aluno que conseguia compreender a atividade auxiliava os demais que não tinham entendido.

A maior dificuldade enfrentada na execução da aula foi que não havia um computador para cada aluno, e todos tinham o interesse de participar ativamente da aula. Devido a isso, em cada computador ficou uma dupla, e a cada atividade realizada eles trocavam quem manuseava o software.

Realizada a atividade, procurei interagir com os alunos perguntando o que acharam da aula, o que acharam do software e o que puderam perceber conforme iam plotando as funções.

Os alunos foram bem participativos e mostraram interesse em aprender. Aprenderam a explorar as potencialidades do software Geogebra, plotaram os gráficos das funções, e perceberam que, com a variação dos coeficientes, a função apresenta outros formatos geométricos; desta maneira, o estudo das funções quadráticas se tornou algo mais concreto e manipulável, facilitando a aprendizagem.

Para avaliar o aprendizado, foram realizados exercícios e questionamentos sobre o comportamento das funções quadráticas.

ANÁLISE DE DADOS E RESULTADOS

Durante o desenvolvimento da aula, utilizando software Geogebra no intuito de facilitar a compreensão sobre funções quadráticas, pude perceber a motivação dos alunos em terem uma aula diferenciada e dinâmica, pois puderam visualizar o comportamento dos gráficos. Quando utilizaram o controle deslizante, que limitava os intervalos dos coeficientes das funções, observaram que os gráficos das parábolas iam aumentando ou diminuindo até terem a concavidade voltada para baixo ou para cima; desta maneira, analisaram e perceberam os comportamentos dos gráficos das funções quadráticas, e concluíram que o mesmo formato algébrico da função pode adquirir diversas formas gráficas, apenas modificando os coeficientes.

Como o número de computadores não era compatível com o número de alunos, tive que esquematizar uma estratégia para que todos participassem da aula. As atividades realizadas eram feitas de maneira intercalada, assim podiam manipular o software e acompanhar a aula teórica.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Todas as etapas foram muito importantes, desde a escolha de utilizar as novas tecnologias à aplicação da aula. A escolha desta metodologia aconteceu como um desafio para que eu pudesse cada vez mais ampliar o conhecimento e ampliar as formas de práticas educativas.

Apesar de eu não ser docente desta turma, os alunos e o professor regente foram receptivos e participativos, o que propiciou uma interação entre eles e facilitou muito o desenvolvimento da atividade.

Os objetivos citados na introdução deste trabalho foram alcançados, apesar das dificuldades do número insuficiente de computadores.

REFERÊNCIAS

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. **A aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados**. IV Congresso RIBIE. Brasília, 1998. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/niee/eventos/RIBIE/1998/pdf/com_pos_dem/117.pdf>. Acesso em 13 de nov. de 2015.

MATO GROSSO DO SUL. **Referencial curricular da rede estadual de ensino de Mato Grosso do Sul – Ensino Médio**. 1. ed. Campo Grande: Secretaria de Educação, 2012.

28 TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO, MODELAGEM E O ENSINO DA MATEMÁTICA: ASSOCIAÇÃO ENTRE METODOLOGIAS VISANDO A UMA APRENDIZAGEM MAIS SIGNIFICATIVA

Adriano Angeli Nascimento de Brito[69]
Adriano Oliveira Barbosa[70]

INTRODUÇÃO

É extremamente preocupante o fato de os estudantes brasileiros apresentarem um péssimo desempenho em praticamente todos os exames oficiais destinados a aferir seu nível de aprendizado. Não importa o índice, sejam eles nacionais (ENEM, ENCCEJA, IDEB, Provinha Brasil) ou internacionais (PISA), os estudantes brasileiros costumam ter performance sofrível nessas avaliações.

E quando consideramos, isoladamente, a disciplina de matemática, os resultados são ainda piores: muitos estudantes dos últimos anos do ensino médio chegam nessa etapa de sua educação sem aprender sequer cálculos simples envolvendo as quatro operações básicas, comprometendo sobremaneira a sua capacidade de compreender conceitos mais complexos por ocasião de seu ingresso no ensino superior.

Segundo dados do último Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), realizado em 2015 pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OECD), se forem consideradas apenas as notas tiradas pelos estudantes na disciplina de matemática, o Brasil ficaria na 65º posição entre 70 países avaliados, ou seja, situado entre os seis piores países avaliados pelo programa naquele ano, atrás de nações bem mais pobres, tais como Colômbia, Jordânia, Indonésia e Albânia (PISA, 2018).

As consequências advindas desse problema são extremamente graves: como o Brasil poderá se tornar um país desenvolvedor de tecnologia se seus

69 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.
E-mail: adrianocaralegal@gmail.com.
70 Professor doutor na Universidade Federal da Grande Dourados.
E-mail: adrianobarbosa@ufgd.edu.br.

estudantes apresentam desempenho tão pífio em matemática? Como a nação poderá se destacar no cenário mundial do estudo das ciências, telecomunicações e informática se os estudantes brasileiros apresentam grandes dificuldades naquela disciplina que representa a base para essas áreas do conhecimento? No contexto de um planeta tão imerso em tecnologia, interconectado e digital, não possuir o domínio sobre esses ramos do saber significa ser um mero e pobre consumidor de tecnologias internacionais.

Diante dessa situação, diversos pesquisadores do país procuram compreender as causas que levam a esse desempenho tão ruim do aluno brasileiro em matemática, com o objetivo de proporem soluções que consigam eliminar ou, ao menos, amenizar o problema e, dessa forma, melhorar o domínio desses estudantes sobre os conceitos inerentes à disciplina.

Ao digitar simultaneamente as palavras "dificuldade" e "matemática" no site da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), um banco de dados gerenciado pelo Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICT), que funciona como indexador e "tem por objetivo reunir, em um só portal de busca, as teses e dissertações defendidas em todo o País e por brasileiros no exterior" (IBICT, 2018) resultará em mais de 8800 dissertações/teses sobre o assunto. Tal fato demonstra a preocupação dos estudiosos da área com esse cenário crítico.

Analisando algumas dessas obras científicas, livros e até mesmo a legislação brasileira que trata do tema, percebe-se que elas convergem em diversos aspectos, concordando em muitos pontos sobre quais seriam as causas dessa dificuldade na aprendizagem da disciplina. Dentre elas, resumidamente, podem-se citar:

a) O elevado número de profissionais não-licenciados (engenheiros, arquitetos, contadores, analistas de sistemas, etc.) ministrando aulas sem possuir a formação adequada para fazê-lo (LEITE, 2010);
b) A má formação dos professores licenciados que a ensinam. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para a disciplina de matemática (referente ao terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental), a formação dos professores, tanto a inicial quanto a continuada, são insatisfatórias e não preparam adequadamente os docentes para o exercício da profissão (BRASIL, 1998);
c) A presença dos professores unidocentes[71] nos primeiros quatro anos do ensino fundamental, sem pleno domínio desta disciplina (LOUREIRO, 2013);

71 Professor que, sozinho, ministra todas as disciplinas dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (CONTREIRA; KRUG, 2010).

d) A frustração dos docentes com a carreira profissional. Baixos salários, excessiva carga horária, infraestrutura deficiente das escolas, e outros problemas têm contribuído para desmotivar esses profissionais, refletindo diretamente na qualidade da aula ministrada aos estudantes (LEITE, 2010; LOUREIRO, 2013);
e) O despreparo geral dos diretores das escolas públicas em face das demandas atuais (LEITE, 2010; INSTITUTO PAULO MONTENEGRO, 2010);
f) O elevado número de alunos por sala de aula, sem a infraestrutura adequada para atender a todos (LEITE, 2010).

Entretanto, além dos motivos elencados, ainda é necessário destacar um outro que, se for adequadamente trabalhado, tem enorme potencial para auxiliar na reversão deste quadro desfavorável no qual se encontra o ensino da matemática no Brasil: a metodologia de ensino abundantemente adotada pela maioria das escolas do país.

A forma pela qual se ensina a matemática no Brasil tem criado nos estudantes uma falsa percepção de que ela consiste numa disciplina estanque, abstrata, sem aplicações práticas e cujo fim seria si mesma; o que representa um grande equívoco, visto que ela se encontra copiosamente presente no cotidiano das pessoas, mesmo de maneira intuitiva, seja quando compram, vendem, emprestam a juros ou dirigem seus automóveis.

Leite (2010) e Loureiro (2013) concordam que o currículo proposto para a matemática, ensinado aos alunos atualmente, tem provocado uma forte rejeição à disciplina. Para eles, existe um grande distanciamento entre a matemática ensinada nas escolas e aquela do dia a dia dos alunos. Segundo eles, a disciplina não pode ser percebida desta forma pelos estudantes, eles não podem vislumbrá-la como algo intangível, pois isso provoca grande desmotivação em aprendê-la, sendo um grande desafio para os professores que a ministram mostrar-lhes a aplicabilidade dos conteúdos aprendidos em sala de aula (LOUREIRO, 2013).

Atualmente, na maioria das salas de aula do país, o ensino da matemática fundamenta-se na utilização de aulas expositivas, raramente contando com o apoio de meios auxiliares de ensino (projetores multimídias, lousas digitais, computadores, etc.) e com o professor na posição de protagonista do processo de ensino-aprendizagem e de detentor do conhecimento dos saberes que serão transmitidos aos alunos. Além disso, resume-se na propagação de expressões matemáticas e de algoritmos prontos destinados à resolução de exercícios de fixação que deverão ser memorizados pelos alunos. Loureiro (2013) corrobora essa afirmação ao determinar, através de uma pesquisa com alunos do ensino médio, a existência neles da percepção de que existe um exagero em se decorar fórmulas e regras para a resolução de exercícios.

Dessa forma, a fim de propor alternativas a essa sistemática tradicional de ensino da matemática, diversas pesquisas resultaram na formulação de modernas metodologias de ensino para a disciplina, quais sejam: História da Matemática, Etnomatemática, Investigação e Ensino Exploratório, Jogos, Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, e o uso de Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) – algumas delas, inclusive, já explanadas em seções anteriores.

Todas essas ferramentas pedagógicas visam favorecer o processo de ensino-aprendizagem da matemática, tornando-o mais significativo, rompendo com essa visão deturpada que os estudantes possuem da disciplina e redundando em melhores indicadores de qualidade para a educação do Brasil.

Sendo assim, a presente pesquisa possui como escopo contribuir com essa almejada melhora da educação matemática no país, ao testar a eficácia de duas dessas novas metodologias, a Modelagem Matemática e o uso das TICs, em uma turma de 1º ano do ensino médio de uma escola pública estadual na cidade de Campo Grande–MS.

MODELAGEM MATEMÁTICA E A CONTEXTUALIZAÇÃO

Sem se ater demasiado ao conceito do que venha a ser a Modelagem Matemática e sua aplicabilidade para o ensino da matemática, pode-se afirmar, de forma resumida, que ensinar matemática por meio dessa metodologia significa, tão somente, arquitetar um contexto em torno do conceito matemático que se quer transmitir, dando a ele uma significação. Isso é importante para que se possa romper com a falsa percepção que os estudantes possuem da disciplina, quer dizer, de que ela não possui implicações concretas para o cotidiano das pessoas, sendo algo intangível, inalcançável e inconcebível. Dessa forma, essa metodologia ajuda a transpor um grande obstáculo na busca pelo desenvolvimento do ensino da matemática, qual seja: a rejeição dos estudantes a esta ciência.

Entretanto, é importante pontuar aqui que, apenas contextualizar o conceito, não basta para que o processo de ensino-aprendizagem seja efetivo: é preciso que esse contexto seja atrativo ao estudante. Expor o aluno a situações-problema que o cativem a encontrar a solução funciona como facilitador do processo de aprendizagem, fazendo com que ele despenda a atenção e a energia necessárias para aprender as ideias a serem transmitidas.

Assim, é necessário construir um ambiente amplamente favorável ao processo de ensino-aprendizagem, com um contexto que envolva o perfil atual do estudante brasileiro, que compreende, basicamente, integrantes da Geração Z,

> os nascidos entre o fim de 1992 a 2010, [que estão ligados] intimamente à expansão exponencial da internet e dos aparelhos tecnológicos. As pessoas da Geração Z são conhecidas por serem "**nativas digitais**", estando muito familiarizadas com a World Wide Web, com o compartilhamento de arquivos, com os smartphones, tablets, e o melhor de tudo: sempre conectadas. (MEYER, 2014, grifo nosso).

Logo, para que se possa utilizar de forma eficiente a Modelagem Matemática, deve-se ter em conta que esses estudantes, atualmente cursando o ensino médio, nunca conheceram um mundo analógico, isto é, sem a presença das tecnologias digitais: já nasceram no contexto da sociedade da informação, época em que internet, smartphones, tablets, notebooks, redes sociais e aplicativos de comunicação instantânea permeiam o cotidiano das pessoas.

TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO (TICS) COMO PLATAFORMAS PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

A escolha dessa metodologia deve-se ao fato de que a inserção das TICs nas aulas de matemática vai ao encontro do perfil dos alunos acima descritos, isto é, de pessoas imersas em uma cultura digital e constantemente conectadas ao mundo virtual. É impressionante observar a desenvoltura com a qual os estudantes manipulam as mídias digitais e como lhes é intuitivo interagir com tablets, celulares e outros dispositivos móveis. Logo, introduzir em sala de aula objetos que pertencem ao seu universo, à sua visão de mundo, consiste numa prática extremamente salutar e benéfica ao processo de ensino-aprendizagem da matemática.

PLANEJAMENTO PARA O EMPREGO DAS METODOLOGIAS

Com o intuito de cumprir os objetivos da presente pesquisa, foi elaborado um plano composto de quatro tempos de aula para ensinar noções básicas de funções a alunos do 1º ano do ensino médio. Esse plano de aula caracterizava-se por ter como ponto de partida para o ensino de funções a política de remuneração do site de compartilhamento de vídeos no Youtube, quer dizer, explorando o conhecimento do perfil atual da maioria dos estudantes do ensino médio (nativos digitais), ele envolve as concepções matemáticas que se deseja transmitir em um contexto atrativo para eles.

Muitas pessoas, apesar de serem assíduas espectadoras dos vídeos publicados no Youtube, desconhecem a existência de um sistema de recompensas financeiras para aqueles que costumam publicar suas gravações no site, ou melhor, ignoram completamente a possibilidade de se auferir lucros pecuniários com a simples divulgação de vídeos pela internet.

Valendo-se dessa curiosidade, o referido plano captura o interesse dos estudantes, oportunizando ao docente a introdução de conceitos inerentes à matemática.

O que se pretende, portanto, ao modelar, matematicamente, a política de remuneração do site é conquistar a atenção dos estudantes através de sua imersão em um assunto que pertence ao seu cotidiano e que lhes desperta grande fascínio, qual seja: o compartilhamento de vídeos pela internet, donde se destaca o mais famoso site dentre eles. E não apenas isso, mas, também, proporcionar aos alunos a aquisição de uma percepção mais fiel do que verdadeiramente venha ser a matemática, ou seja, o processo de construção e a posterior validação de um modelo matemático que simule o comportamento da política de remuneração do Youtube permite-lhes enxergar a disciplina como uma ciência que não está restrita apenas aos bancos escolares, mas que está presente constantemente em suas vidas, seja nas tarefas mais comezinhas.

Embora alguns conceitos relacionados a essa política de remuneração sejam bem conhecidos e definidos, tais como o Custo Por Mil (CPM) e o Revenue Share, o Google (empresa proprietária do Youtube) mantém absoluto sigilo sobre o funcionamento do algoritmo que calcula a remuneração dos vídeos publicados naquele site, sendo assim, pode-se apenas estimar os valores pagos por ele (BARGAS, 2015). Assim, para cumprir os objetivos desta pesquisa será utilizada a seguinte versão simplificada do sistema de pagamentos:

a) Ele costuma pagar entre US$ 0,60 e US$ 5,00 a cada mil visualizações monetizadas, em média;
b) Nem todas as visualizações no Youtube são monetizadas, apenas aquelas em que o usuário (aquele que assiste ao vídeo) interage com algum anúncio veiculado pelo site, isto é, a visualização só será contada se o usuário clicar na propaganda ou, no caso de anúncios em formato de vídeos, que ele assista pelo menos 30 segundos;

c) Os anunciantes pagam ao Youtube um valor a cada mil visualizações monetizadas, é o chamado, CPM (custo por mil); esse valor não é repassado integralmente ao administrador (dono) do canal, antes ele retira a sua cota (o *Revenue Share*), que costuma girar em torno de 45% do valor.

Este plano de aula também previa a construção de um ambiente impregnado de ferramentas e de dispositivos tecnológicos, que será aqui chamado de "ambiente digital", cuja função seria alocar os estudantes em um espaço onde o processo de ensino-aprendizagem se daria por meio do uso massivo e persistente da tecnologia digital.Este ambiente digital pode ser definido pela presença constante do uso da Tecnologia de Informação e Comunicação (TICs) durante o desenvolvimento de todas as práticas de ensino, ou seja, nele praticamente todo o processo de ensino-aprendizagem se dá por intermédio do uso de softwares (exclusivamente matemáticos ou de uso geral) instalados em computadores ou dispositivos móveis.

O que se pretende com a criação desse ambiente é envolver os estudantes num universo onde a apropriação dos conhecimentos matemáticos seja marcada pelo auxílio constante da tecnologia digital, isto é, um espaço no qual ela funcionasse como principal suporte para a aquisição de novos conhecimentos.

Na prática, o que se deseja é usar intensivamente softwares, computadores, notebooks, tablets, celulares, projetores multimídia, lousas digitais, internet e o que mais fosse necessário para potencializar o processo de ensino-aprendizagem dos alunos. Para isto, foram tomadas algumas iniciativas:

1) Construção de um *Blog*

A ideia de criar um *blog* como ferramenta auxiliar para a aplicação das quatro aulas constantes do plano surgiu da necessidade de proporcionar aos estudantes um local onde pudessem ser reunidos todos os materiais didáticos referentes aos conceitos matemáticos que seriam trabalhados em sala. Dessa forma, ele funcionaria como repositório para: videoaulas, arquivos com explicação das matérias, listas de exercícios, etc. Além disso, possibilitaria a postagem de avisos referentes às aulas e datas de provas, bem como sugestões de sites relacionados à matemática, tais como o Só Matemática (https://www.somatematica.com.br) e a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP (http://www.obmep.org.br), ou, ainda, conteria links para portais de interesse dos estudantes como o Exame Nacional do Ensino

Médio – ENEM (https://enem.inep.gov.br), o Sistema de Seleção Unificada – SISU (http://sisu.mec.gov.br) e o Programa de Financiamento Estudantil – FIES (http://sisfiesportal.mec.gov.br).

Apenas essas vantagens já justificariam a criação do referido *blog*, contudo, some-se ainda a elas o fato que o processo de criação de um *blog* é algo surpreendentemente simples, não exigindo do docente qualquer tipo de conhecimento em programação, isto é, sua construção é feita basicamente digitando textos; inserindo imagens, áudios ou vídeos; ajustando configurações de definição de altura, largura, cores e datas; e estabelecendo ligações entre partes do *blog* e outras páginas da internet ou do próprio *blog* (os chamados *links*).

Um *blog* consiste numa ferramenta didática extraordinária, capaz de potencializar sobremaneira o processo de ensino-aprendizagem dos alunos, podendo ser facilmente concebido através da utilização de um ambiente de criação costumeiramente denominado de “plataforma de desenvolvimento”. Como sugestão para a sua criação, podem-se citar as seguintes plataformas: *Wordpress, Tumblr, Blogger* (Google), *Weebly, Medium, Blog.com*, *LiveJournal e o Svbtle* (CIRIACO, 2018).

Ademais, os *blogs* são estruturados seguindo uma certa “linha do tempo”, isto é, as postagens vão sendo inseridas conforme o dia em que são publicadas, sempre posicionadas na parte superior do seu corpo; postagens mais novas substituem as mais antigas no topo, “*empurrando*” as mais antigas para posições inferiores. Essa característica, bastante peculiar, distingue os *blogs* de outros tipos de sites e é bastante interessante para o exercício da docência, uma vez que o professor pode acrescentar materiais didáticos ou publicar recados para os alunos conforme o desenvolvimento dos conteúdos durante o ano letivo. Ou seja, os arquivos mais novos relativos a conteúdos recentemente estudados sempre se encontrariam em posição de destaque na parte superior da página inicial do *blog*, facilitando o aprendizado dos alunos.

Diante disso, utilizando o *Blogger*, uma plataforma de desenvolvimento da Google (ele vem no pacote de aplicativos disponíveis gratuitamente para o usuário do Gmail - endereço eletrônico também pertencente àquela empresa), foi construído o blog **M@tem@tica na Pr@tic@** (www.espmatematicanapratica.blogspot.com.br), cuja página inicial pode ser vista na Figura 1.

A elaboração dessa ferramenta pôde atender às necessidades pedagógicas expostas neste tópico, quais sejam: reunir em um só local todos os materiais didáticos relativos aos conteúdos, e centralizar avisos, sugestões e divulgações de informações de interesse dos estudantes, favorecendo dessa forma o acesso dos alunos a esses conteúdos.

Figura 1 - Página inicial do blog criado M@tem@tica na pr@tic@

Fonte: Autores.

2) Gravação de Videoaulas

A prática de aprender assistindo a videoaulas tem se popularizado sobremaneira nos últimos tempos; é possível encontrar na internet gravações sobre os mais diversos assuntos, desde simples receitas de bolo caseiro até conceitos extremamente complexos das mais variadas ciências. O crescimento na busca pelo conhecimento através de vídeos e filmes publicados na internet consiste num fenômeno contemporâneo, com implicações práticas para diversos setores da sociedade.

O VIII Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia (SEGet, 2011), ocorrido na cidade de Resende, estado do Rio de Janeiro, no ano de 2011, elencou algumas vantagens de se aprender assistindo a videoaulas, dentre as quais destacam-se as seguintes:

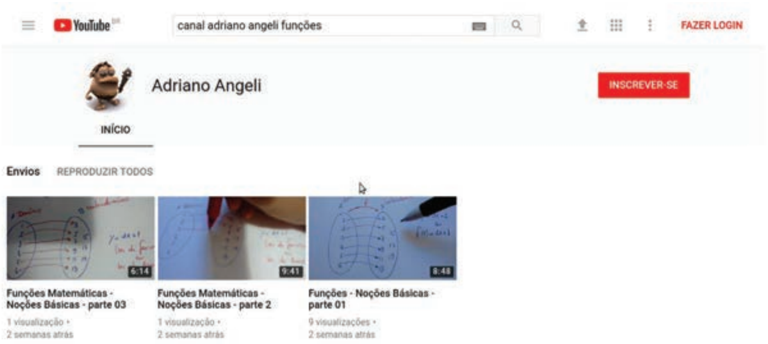
a) A flexibilidade de se poder assisti-las em qualquer lugar, horário e por quantas vezes se desejar;
b) O barateamento dos custos em comparação com as aulas ministradas na modalidade presencial, bem como a eliminação de gastos com deslocamentos entre a residência ou trabalho do estudante e o local das aulas, e
c) A alta disponibilidade de assuntos, derivada da facilidade atual em gravá-las e publicá-las em sites de compartilhamento, proporcionada pelo desenvolvimento da tecnologia digital que possibilitou a gravação caseira desses vídeos.

Especificamente, sobre o estudo da matemática, instituições importantes como a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e o Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) já oferecem em seus sites ou em canais por elas criados no Youtube uma série de videoaulas para auxiliar estudantes, dos mais diversos níveis, a desenvolverem seus conhecimentos sobre os vários conceitos matemáticos.

Apesar do vasto acervo disponível na internet, não foi possível encontrar algo que atendesse especificamente aos objetivos dessa pesquisa. A maioria das videoaulas sobre funções, disponibilizadas na rede mundial de computadores, dão pouca ênfase à sua definição, a maioria delas focalizam a resolução de exercícios envolvendo cálculos mais adiantados dentro do contexto da matéria, tais como encontrar raízes de funções ou construção de gráficos de funções afins, quadráticas, exponenciais, etc. Por isso, a decisão de gravar e de posteriormente publicar, no site Youtube (Canal Adriano Angeli) e também no blog M@tem@tica na Pr@tic@, três videoaulas versando sobre os conteúdos a serem ministrados em sala, conforme Figura 2.

Com essa medida, desejava-se trabalhar junto aos alunos os conceitos mais fundamentais sobre funções, sua essência, o que são, para que servem, e quais são as formas de se representá-las (diagramas de flechas, tabelas, gráficos, etc.), munindo-os, dessa forma, com conhecimentos necessários ao prosseguimento dos seus estudos sobre funções.

Figura 2 - Canal Adriano Angeli do site Youtube



Fonte: Autores.

Sobre o conteúdo dessas gravações, tem-se que: o primeiro vídeo define o conceito de função e ensina os alunos a, observando diagramas de flechas, identificar se uma relação entre dois conjuntos é ou não uma função. O segundo e terceiro vídeos tratam da lei de formação de uma função, ou seja, para que ela serve e como através dela é possível determinar a imagem de um elemento do domínio. Dentro do contexto dessa pesquisa, o propósito dessa iniciativa serviria para:

a) Que os alunos que entenderam os conteúdos em sala de aula pudessem aprender as informações adquiridas;
b) Oportunizar àqueles que não os compreenderam muito bem, aprendê-los;
c) Propiciar aos alunos faltosos uma chance de aprender funções, livrando-os de ficarem prejudicados em relação ao restante da turma.

3) Elaboração de Apresentação de *Slides*

As aulas, quando essencialmente expositivas, deveriam ser ministradas por intermédio de algum software de apresentação de *slides*, tal qual o seu representante mais famoso, o *PowerPoint*, integrante do Microsoft Office, pacote de programas para escritório da multinacional Microsoft. Esta medida seria necessária para impedir que a aula se tornasse monótona, excessivamente oralizada e com o professor enchendo o quadro branco de matérias a serem copiadas pelos alunos.

Apesar de consistir numa prática corriqueira em grande parte das escolas do Brasil, essa técnica de tentar manter os alunos ocupados (e consequentemente em silêncio) através da transcrição de um grande volume de matéria do livro didático para o quadro branco com o intuito de ser posteriormente copiado pelos estudantes é algo extremamente pernicioso para o processo de ensino-aprendizagem desses alunos. O ato de copiar não tem poder para, por si só, ensinar-lhes os conceitos matemáticos a serem apropriados, é necessário que o professor explique, da melhor maneira possível e utilizando-se das mais variadas ferramentas, as concepções matemáticas que devem ser por eles aprendidas, sem se valer desse expediente tão pobre que é ficar repetidamente transladando conteúdos na lousa.

A elaboração de *slides* para os momentos de aula expositiva serviria, portanto, para enriquecer essas ocasiões através da apresentação dos conteúdos de uma maneira mais dinâmica, vibrante e divertida, uma vez que com a utilização desses programas de computador é possível se efetuar a inserção de áudios, vídeos, imagens estáticas ou GIFs animados (Graphics Interchange Format ou formato de intercâmbio de gráficos – imagens com movimentos), bem como aplicar uma série de efeitos de transição entre os slides diferentes, ou até mesmo para a exibição de partes de um mesmo slide.

Sendo assim, todo este aparato de possibilidades de exibição de conteúdo tem o condão de ornar uma aula substancialmente expositiva, transformando-a em algo muito mais atrativo e prazeroso aos alunos do que simplesmente ficar apenas ouvindo o professor falar enquanto enche o quadro de matéria.

Neste ponto, é imprescindível assinalar que a oralidade é algo inerente ao ensino da matemática, contudo, o seu excesso pode sim prejudicar o ensino da disciplina, ou seja, embora as tecnologias digitais tenham o poder de tornar muito mais dinâmicas as aulas ministradas sob a sua égide, os momentos em que o professor faz uso da palavra para explicar os conceitos matemáticos a serem transmitidos são fundamentais ao processo de ensino-aprendizagem.

Isto posto, foram elaboradas três apresentações através do software Impress (programa constante do pacote para escritório LibreOffice), que seriam exibidas aos alunos durante as aulas em sala. Esse material foi publicado no blog M@tem@tica na Pr@tic@ nos formatos .PDF (conteúdo estático para ser lido diretamente no navegador) e .ppt (para ser baixado e posteriormente reproduzido pelos estudantes em seus computadores, usufruindo assim de toda interatividade, proporcionada por este tipo de mídia). Basicamente, os arquivos continham: modelagem da política de remuneração de Youtube, definições sobre funções e sua identificação em diagramas de flechas (Aula 01), Lei de associação das funções e sua utilização para a determinação da imagem de um elemento qualquer do domínio (Aula 02) e definição do que vem a ser o plano cartesiano, suas características e utilização para o estudo de funções (Aula 03).

4) GeoGebra

O GeoGebra consiste num software matemático gratuito, compatível com qualquer sistema operacional, inclusive com aqueles utilizados em dispositivos móveis (desde que o computador tenha instalado em si uma Máquina Virtual Java – JVM) e com uma interface bastante intuitiva, ou seja, de fácil manuseio pelo usuário; donde é possível construir pontos, retas, planos, gráficos de funções, figuras geométricas planas e espaciais, etc. Almeida (2014) o define como

> [...] um software dinâmico com uma interface simples, sendo de domínio público e podendo ser utilizado em qualquer sistema operacional compatível com a interface Java. Esta ferramenta gráfica surgiu em 2002, e tem ganho novas versões; em cada uma delas com o desenvolvimento de novos recursos e comandos. Atualmente, já há disponibilidade de adquirir este software numa versão com muitos recursos podendo até construir figuras em 3D e, também, dependendo do sistema operacional, pode ser utilizado em tablets. (ALMEIDA, 2014, p. 39).

Trata-se, portanto, de um excelente instrumento para o ensino da matemática, especialmente para o estudo das funções, uma vez que sua utilização possibilita ao estudante uma visualização mais ágil, ativa e animada da construção e do comportamento dos gráficos, bem como lhe permite formular deduções sobre as mudanças ocorridas neles conforme são alterados os parâmetros das funções (ALMEIDA, 2014).

Por conseguinte, esse poderoso programa, amplamente utilizado em várias partes do mundo, principal software de matemática dinâmica do planeta, que conta com uma comunidade de milhões de entusiastas ao redor do globo e ganhador de diversos prêmios (GEOGEBRA, 2018), não poderia faltar numa pesquisa que se propõe utilizar abundantemente dos recursos promovidos pelas Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs).

A utilização deste software iniciar-se-á por ocasião do estudo dos gráficos das funções, cuja definição será explanada sob o ponto de vista dos relacionamentos entre elementos dos conjuntos domínio e contradomínio das funções, quer dizer, será abordada segundo a perspectiva de que as funções podem ser representadas de diversas formas e não somente por meio dos diagramas de flechas (forma pela qual inicialmente os docentes costumam introduzir os alunos nos estudos sobre funções).

Em princípio, pode parecer muitíssimo óbvio estudar os gráficos de funções sob o prisma de uma outra forma de representação, pois é exatamente isso que eles são, uma maneira diferente de ilustrar. Entretanto, muitos alunos têm enormes dificuldades em transpor os conceitos aprendidos sobre funções para os elementos que compõem os gráficos. Essa deficiência dos estudantes, originada principalmente na ansiedade de certos professores em trabalhar o quanto antes a memorização de algoritmos destinados à resolução de exercícios de fixação, impede os alunos de compreender o que fundamentalmente é uma função, ou melhor, aleija-os, de certa forma, em sua capacidade de erigir uma visão completa do conceito, ao furtar-lhes a oportunidade de conceber a essência do que vem a ser uma função.

Por isso, esta pesquisa foi pensada de maneira que os estudantes pudessem adquirir uma visão global da definição de funções, ou seja, todas as aulas foram elaboradas para que eles pudessem edificar uma base de conhecimentos sólida, que lhes facilitassem a incorporação de novos conhecimentos conforme fossem progredindo no estudo. Isso seria feito durante todo o processo, inclusive por ocasião da manipulação de gráficos de funções, sendo o GeoGebra, essencial para operacionalizar esse objetivo.

Essa fase, essencialmente prática, foi desenvolvida dentro do laboratório de informática da escola onde o plano de aula foi aplicado, sendo necessário preparar com antecedência o local para que as atividades que necessitam do emprego do GeoGebra pudessem dispor das ferramentas ofertadas pelo programa.

5) Utilização do Projetor Multimídia

O projetor multimídia constituiu uma ferramenta essencial para o desdobramento dos trabalhos; todas as aulas foram pensadas de modo que fossem efetivadas por seu intermédio: a apresentação dos slides, a interação do professor com o software GeoGebra a fim de conduzir os alunos na realização das atividades que necessitariam da utilização desse programa matemático, o acesso às funcionalidades do blog, a reprodução de trechos das videoaulas gravadas e publicadas no Youtube; enfim, praticamente tudo o que foi realizado em sala de aula contou com o apoio desse dispositivo.

6) Criação da Central de Dúvidas

Para que os estudantes pudessem sanar dúvidas persistentes; para que eles não permanecessem sem respostas mesmo após terem assistido às aulas em sala e realizado consultas a outros materiais didáticos (tais como as videoaulas publicadas no Youtube e os arquivos disponíveis no blog M@tem@tica na Pr@tic@), foi criada uma central de dúvidas, ou seja, um endereço de e-mail (centraldeduvidasjm@gmail.com), para onde eles poderiam encaminhar seus questionamentos. Essas dúvidas seriam analisadas e respondidas em até 12 horas. Durante a aplicação do plano de aula, sua existência foi repetidamente divulgada, sempre ao final das apresentações.

APLICAÇÃO DA AULA

Após essa fase de planejamento, as atividades referentes ao plano de aula foram finalmente desenvolvidas com uma turma do 1º ano do ensino médio da Escola Estadual Joaquim Murtinho, na cidade de Campo Grande, Estado do Mato Grosso do Sul. Esta classe, composta por 32 (trinta e dois) estudantes, tinha realizado na semana anterior à aplicação desta pesquisa a primeira semana de provas bimestrais do ano letivo de 2018, quando puderam verificar o seu aprendizado referente à matéria de conjuntos, conteúdo considerado pré-requisito para o entendimento das funções matemáticas.

Desta forma, conforme informou o professor regente da disciplina, a referida turma encontrava-se na iminência de iniciar os seus estudos sobre funções, caracterizando então um momento deveras propício para com ela trabalhar as atividades aqui planejadas, em outras palavras, para que os objetivos propostos por esta pesquisa fossem alcançados, nada melhor do que laborar com grupo de alunos que ainda não tinham contato com as concepções matemáticas referentes ao ensino das funções, de outro modo, os conhecimentos anteriormente adquiridos poderiam influenciar nos resultados desta pesquisa, causando distorções sobre as conclusões do processo de ensino-aprendizagem desses conceitos através do emprego da modelagem matemática e do uso das TICs.

Isto posto, a dinâmica dos trabalhos foi distribuída em quatro tempos de aula, no período de 23 a 26 de abril de 2018, sempre no turno matutino, no laboratório de informática daquela escola. Com o intuito de melhor relatar o transcurso de todas as atividades desenvolvidas junto a turma, elas serão pormenorizadas conforme o dia da aula. Sendo assim, temos:

Aula 01 (dia 23 de abril de 2018)

Neste primeiro dia de aula me apresentei aos alunos, expliquei-lhes o porquê de estar ali na escola e fiz com eles uma pequena brincadeira: disse-lhes que apesar de estar ali para ministrar uma aula de matemática (pois era um requisito obrigatório para a conclusão da minha pós-graduação) eu não iria fazê-lo e que, em vez disso iria ensinar algo bastante interessante e divertido, eu iria lhes mostrar como eles poderiam ganhar muito dinheiro postando vídeos no Youtube.

Tivemos uma conversa descontraída sobre pessoas comuns que conquistaram fama e dinheiro através do compartilhamento de vídeos naquele site, os chamados *youtubers* e sobre os canais que eles costumavam acompanhar, tais como o Porta dos Fundos, Canal Canalha, Boom, etc. Também expus numa das apresentações de *slides* os ganhos mensais de alguns desses canais, a fim de instigar ainda mais o seu interesse pelo assunto em pauta.

Após isso, iniciei, através do seguinte exemplo prático, a explicação sobre a política de remuneração do Youtube, de como funciona o sistema de compensações financeiras do site para aqueles que costumam publicar suas gravações naquele ambiente. Exemplo:

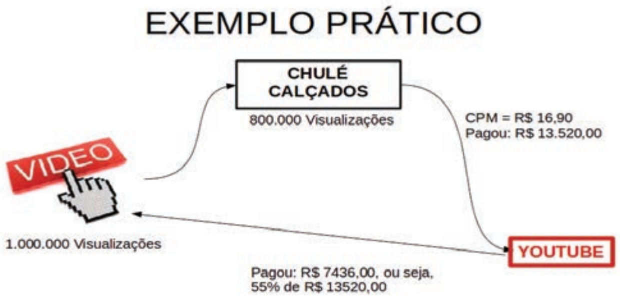
"O aluno Joãozinho postou um vídeo sobre corredores de rua em seu canal do Youtube, que se chama Fast Turtles. Esse vídeo recebeu, em pouco mais de um mês, 1.000.000 de visualizações. A empresa CHULÉ, comerciante de calçados, também publicou nesse canal um anúncio sobre um tênis de corrida recém lançado. Essa propaganda era veiculada sempre antes do vídeo publicado pelo estudante e teve 800.000 visualizações pelos assinantes do seu canal. Sabendo que o CPM que a CHULÉ paga ao Youtube é de R$ 16,90 e que o site retira para si uma cota de 45%, quanto ele recebeu até agora por todas essas visualizações recebidas pelo seu vídeo? Quanto o Youtube pagou por cada mil visualizações?"

A resolução deste caso hipotético (estruturada logo abaixo) permitiu aos alunos a apropriação de como funciona a política de remuneração do Youtube. Resolução:

a) O vídeo foi visto 1.000.000 de vezes, contudo em apenas 800.000 vezes o usuário do site interagiu com a propaganda da CHULÉ, ou seja, o número de visualizações monetizadas foi 800.000;
b) A CHULÉ paga R$ 16,90 por cada mil visualizações monetizadas (CPM), então por 800.000 ela pagou: (800.000/1000) × 16,90 = R$ 13.520,00;
c) O Youtube não repassa integralmente esse valor, antes ele recolhe 45% (Revenue Share), transferindo apenas 55% para o estudante dono do canal *Fast Turtles*, ou seja: R$ 13.520 × 55% = R$ 7.436,00;
d) Logo, Joãozinho recebeu (7.436,00 × 1000) / 800.000 = R$ 9,30 por cada mil visualizações monetizadas (como alternativa a esse cálculo também mostrei que R$ 9,30 = 55% de R$ 16,90).

A fim de proporcionar aos alunos uma melhor visualização dos cálculos realizados acima foi elaborado o seguinte esquema facilitador desse processo:

Figura 3 - Modelagem Matemática: exemplo prático utilizado no 1º dia de aula



Fonte: Autores.

Incontinenti, prossegui discorrendo sobre como o valor pago pelo site depende do número de visualizações recebidas pelos anúncios que passam antes dos vídeos publicados no Youtube, fiz-lhes perceber que existia uma relação de dependência entre essas duas grandezas, melhor dizendo, entre esses dois conjuntos de valores.

Dessa forma, sem que os alunos percebessem de imediato, já tinham adentrado nos conceitos relativos ao ensino das funções matemáticas, tais como domínio, contradomínio e conjunto imagem. Quando deram por si, já estavam realizando uma série de exercícios com diagramas de flechas a fim de determinar se uma relação entre dois conjuntos consistia ou não numa função.

Ao final da aula lhes falei sobre a publicação das videoaulas sobre funções em meu canal no Youtube (Canal Adriano Angeli), bem como apresentei o blog M@tem@tica na Pr@tic@ (www.espmatematicanapratica.blogspot.com.br), informando sobre todos os materiais didáticos nele disponíveis (*slides*, vídeos, arquivos em PDF, etc.) para auxiliá-los no processo de ensino-aprendizagem do conteúdo estudado. Além disso, avisei que poderiam encaminhar seus questionamentos para a Central de Dúvidas (centraldeduvidasjm@gmail.com) e que em até 12 horas suas dúvidas seriam elucidadas.

Aula 02 (dia 24 de abril de 2018)

No segundo dia de aula, o foco foi a forma como os elementos do domínio e do contradomínio se relacionam, isto é, como estabelecer as correspondências entre os elementos desses dois conjuntos. Expus para eles então a existência de uma regra para isso, a chamada Lei de Formação ou Lei de Associação da função. Dei vários exemplos dessa lei, mostrando que a variável x representava os elementos do domínio e a y representava os elementos do contradomínio.

Também os fiz ver que através da lei de associação é possível determinar o conjunto imagem de uma função. Por fim, acrescentei que a lei de formação pode apresentar-se com uma sintaxe um pouco diferente, podendo ser escrita em termos de f(x), ou seja, com os elementos do contradomínio sendo representados também por f(x) e não apenas pela variável y. Além disso, tal como fiz no dia anterior, reforcei os avisos sobre as videoaulas, o Blog M@tem@tica na Pr@tic@ e a Central de Dúvidas.

Aula 03 (dia 25 de abril de 2018)

A aula desse dia foi substancialmente prática, dois alunos sentados em frente a cada computador com software matemático GeoGebra sendo executado em cada um deles.

Inicialmente revisei com eles a definição de Plano Cartesiano, suas características, os nomes dos eixos, os quadrantes, propósitos a que ele se destina, bem como o funcionamento do seu sistema de marcação de pontos através do conceito de pares ordenados.

A fim de que os estudantes pudessem fixar esse processo de determinação dos pares ordenados no plano cartesiano, pedi que eles digitassem no campo de entrada do GeoGebra os seguintes pontos, sempre acompanhando as construções formadas na janela de visualização do programa: (1,2); (2,4) e (7,11). Incentivei-os a “brincar” com o programa, digitando coordenadas aleatórias, de sua escolha, e que continuassem a observar o comportamento do GeoGebra.

Após isso, evoquei um exercício feito na aula anterior, quando os alunos, através do domínio, do contradomínio e da lei de formação de uma função, puderam efetuar as associações entre os elementos daqueles dois conjuntos. Ato contínuo, mostrei-lhes que era possível representar esses relacionamentos por meio do plano cartesiano, ou melhor, que cada uma daquelas correspondências formava, na verdade, um par ordenado em que o elemento do domínio correspondia à coordenada x (eixo das abscissas) e o do contradomínio, à coordenada y (eixo das ordenadas).

Dessa forma, fiz-lhes enxergar que cada uma das associações entre os elementos do domínio e do contradomínio pode ser representada por um ponto no plano cartesiano e que, por consequência, o gráfico de uma função nada mais é do que a reunião de todos os relacionamentos entre os elementos daqueles dois conjuntos representados simultaneamente naquele plano (cada um deles por um ponto distinto).

Para que isso ficasse bastante claro para os estudantes, pedi que eles construíssem, por meio do GeoGebra, os gráficos de todas as funções vistas na aula anterior, quer dizer, com base nos diagramas de flechas representativos das funções estudadas no dia pregresso. Eles deveriam determinar todos os pares ordenados e marcá-los no plano cartesiano, compondo desta maneira o gráfico representativo de cada uma delas.

Aproveitando o ensejo de que até o presente momento todo o ensino sobre funções baseava-se na utilização de conjuntos finitos (tanto o domínio quanto o contradomínio), apercebi-lhes de que o número de elementos do primeiro determinava a quantidade de associações da função (afinal todos eles devem possuir uma única imagem) e, por conseguinte, a quantidade de pontos a serem marcados no plano cartesiano. Em outras palavras, mostrei-lhes que o total de elementos do domínio determina o cômputo das correspondências entre ele e o contradomínio, estabelecendo assim a contagem do número de pares ordenados a serem marcados no plano cartesiano. Consequentemente o gráfico de uma função terá tantos pontos quantos forem os elementos do seu conjunto domínio.

Exortei-os então à seguinte reflexão: sabendo que o número de elementos do domínio determina a quantidade de pontos do gráfico da função, quantos pontos ele possuirá se aquele conjunto tiver respectivamente mil, um milhão ou um bilhão de elementos? Obviamente que suas respostas foram, nesta ordem: mil, um milhão e um bilhão de pontos marcados no plano cartesiano. Continuei questionando-os sobre o número de pontos do gráfico caso o domínio consistisse num conjunto numérico infinito, tais como o conjunto dos números reais (conceito recentemente estudado por eles com o seu professor regente), obtendo como resposta a asserção de que isso geraria infinitos pontos no plano cartesiano.

De posse desta réplica, pedi-lhes que inserissem no campo de entrada do GeoGebra uma série de lei de associações relativas às funções, tais como: $y = 2x + 10$, $y = x^2 + 3x + 9$, $y = x^3$ e $y = 2x$; orientando-lhes que observassem o seu comportamento na janela de visualização. Essa iniciativa propunha introduzi-los no campo das funções cujos conjuntos domínio e contradomínio são infinitos, mostrando-lhes que os gráficos de algumas delas seguem um determinado padrão, formando sempre um mesmo “desenho” característico conforme a estrutura de sua lei de formação. Dessa forma, eles puderam ver através do GeoGebra que os gráficos das funções cuja lei de associação é da forma $y = ax + b$ sempre formam retas, ou ainda, que parábolas são gráficos de funções cuja regra consiste em $y = ax^2 + bx + c$.

Todo esse trabalho com o software serviu para dar uma significação ao conceito de gráfico de funções, dirimindo nos alunos o sentimento de abstração associado à ideia, isto é, eles puderam verificar que nada mais é do que uma função observada sob um panorama mais visual.

Por fim, lembrei-os mais uma vez da aplicação da prova prevista para o próximo dia, incentivando-os a estudar para o teste através dos materiais disponíveis no meu canal no Youtube (Canal Adriano Angeli) e no blog M@tem@tica na Pr@tic@, bem como os exortei, novamente, a enviar suas dúvidas, caso houvessem, para a Central de Dúvidas.

Aula 04 (dia 26 de abril de 2018)

O quarto e último dia do plano de aula foi destinado a colher informações sobre a eficácia das metodologias empregadas. Para isso, foram desenvolvidas duas atividades com os estudantes envolvidos na pesquisa: a primeira consistia numa pesquisa de satisfação destinada a verificar quão atrativa as aulas ministradas foram aos estudantes, bem como qual era a percepção deles sobre o seu nível de aprendizagem durante as aulas; já a segunda atividade compreendia a aplicação de uma prova cujo intuito era mensurar o grau real de apropriação dos alunos sobre os novos conhecimentos adquiridos.

Consoni (2010) define *feedback* como

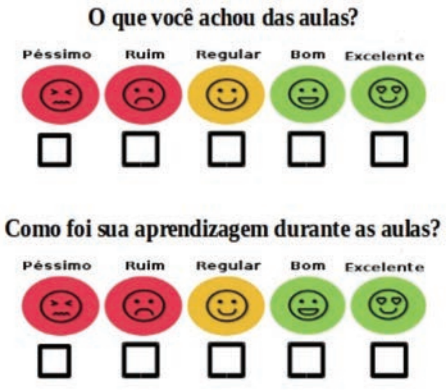
> [...] um processo que consiste no provimento de informação à uma pessoa sobre o desempenho, conduta, eventualidade ou ação executado por esta, objetivando orientar, reorientar e/ou estimular uma ou mais ações de melhoria, sobre as ações futuras ou executadas anteriormente. (CONSONI, 2010, p. 24).

Dessa forma, o *feedback* consiste numa crítica construtiva que possibilita a quem a recebe o autoconhecimento através da constatação de pontos de sua prática que precisam ser um pouco mais desenvolvidos ou que necessitam ser totalmente reformulados (CONSONI, 2010). Essa técnica deve ser adotada por todos os professores, com o intuito de colher informações que viabilizem o desenvolvimento de sua didática, ou seja, que promovam um incremento qualitativo através da correção de aspectos de sua prática docente.

Isto posto, a fim de obter um *feedback* construtivo sobre as práticas docentes deste pesquisador, ou melhor, sobre a maneira como empregou as metodologias de modelagem matemática e uso das TICs em sala de aula, foi elaborada uma pesquisa de opinião composta de duas perguntas a serem respondidas pelos estudantes: “O que você achou das aulas? Como foi sua aprendizagem durantes as aulas?”.

A princípio foi pensada uma pesquisa muito mais elaborada, com questionamentos sobre diversos aspectos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem dos conteúdos ensinados durante as três primeiras aulas, como, por exemplo: dicção do professor, clareza na transmissão dos conteúdos, sua postura durante as aulas, o que eles acharam das videoaulas e do Blog construído para auxiliá-los na compreensão das concepções matemáticas; se gostaram de trabalhar com o GeoGebra e o quanto esse software os ajudou em sua aprendizagem, etc. Enfim, tencionava-se aplicar uma pesquisa de satisfação muito mais complexa, com vários questionamentos sobre diversos pontos das aulas. Contudo, caso fosse aplicada essa pesquisa mais completa, ela iria consumir boa parcela do exíguo tempo da aula, além do que se tornaria cansativa e enfadonha para os alunos. Em geral, as pessoas costumam não gostar de responder a esses tipos de questionários, principalmente se consistirem de várias e complexas perguntas. Então, se a maioria da população costumeiramente fica entediada ao responder pesquisas de satisfação em formato de longos questionários, quanto mais adolescentes na faixa dos 14 aos 16 anos, cujo nível de concentração, geralmente, é baixíssimo. Dessa forma, visando à concepção de uma pesquisa de satisfação mais adequada ao perfil desses estudantes, elaborou-se um questionário com apenas as duas perguntas anteriormente descritas (“O que você achou das aulas?” e “Como foi sua aprendizagem durantes as aulas?”), e que empregasse um formato visualmente mais atrativo para a obtenção das respostas dos alunos. O formato dessa proposta de pesquisa de satisfação pode ser conferido na Figura 5.

Figura 5 - pesquisa de satisfação distribuída aos estudantes



Fonte: Autores.

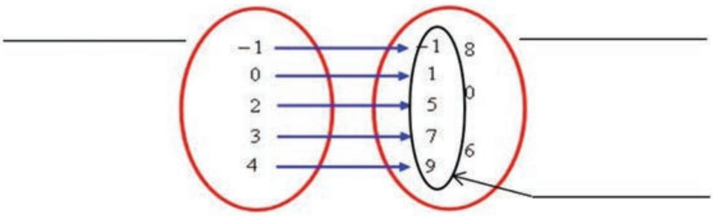
Logo no início da aula desse dia, a presente pesquisa foi entregue aos alunos, juntamente com a prova, sendo solicitado que a respondessem de pronto, antes de iniciarem a resolução das questões constantes do teste. Além disso, com o intuito de que eles a respondessem com a maior sinceridade possível, foi-lhes pedido que mantivessem o anonimato por ocasião das respostas do questionário, isto é, que não se identificassem colocando nome ou assinando-o. Ademais, a fim de evitar constrangimentos aos alunos, pedi que, após responderem à consulta, colocassem-na na parte superior do tampo da carteira, com "as costas" (parte em branco) voltada para cima, de modo que eu não pudesse ver suas respostas quando fosse recolher os questionários, o que foi feito tão logo foi possível.

Essa primeira atividade do quarto dia de aula durou em torno de uns 10 minutos, ficando o restante do tempo destinado à elucidação das questões da prova. Essa, por sua vez, foi elaborada contendo quatro questões referentes aos conteúdos estudados nas três primeiras aulas, conforme tudo o que foi aprendido no período de 23 a 25 de abril de 2018. As duas primeiras questões tratavam da definição de funções, bem como de seus conjuntos constituintes, enquanto a terceira aferia a compreensão dos estudantes quanto à finalidade da lei de formação de uma função, além de exigir que eles determinassem o seu conjunto imagem após realizar as correspondências entre os elementos do domínio e do contradomínio. Por fim, a quarta questão solicitava que os alunos construíssem o gráfico de uma dada função apenas conhecendo os elementos daqueles conjuntos constituintes e de sua lei de associação.

PROVA DISTRIBUÍDA AOS ESTUDANTES NO DIA 26 DE ABRIL

1. Complete as lacunas com os nomes dos conjuntos da função que segue:

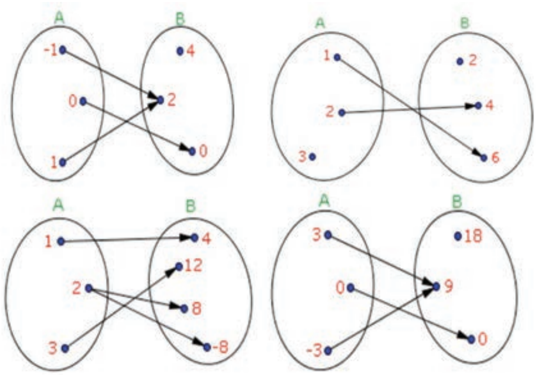
Figura 6 - Diagrama da questão 1



Fonte: Autores.

2. Observe os diagramas de flechas abaixo e diga quais são funções:

Figura 7 - Diagramas da questão 2

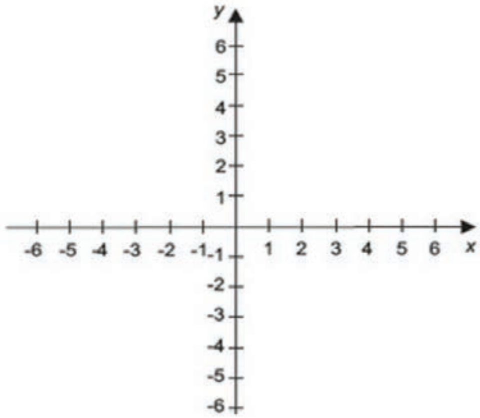


Fonte: Autores.

3. Dados os conjuntos A = {-2, -1, 0, 3, 7} e B = {0, 1, 2, 3, 4, 6, 10} determine o domínio, o contradomínio e o conjunto imagem da função f dada pela lei de associação f(x) = x + 3, com x $\in$ A e y $\in$ B.

4. Dados os conjuntos A = {-2, -1, 0, 1, 2} e B={0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}, construa o gráfico da função f dada pela lei de associação f(x) = x^2, com x $\in$ A e y $\in$ B.

Figura 8 - Plano cartesiano da questão 4



Fonte: Autores.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Uma vez que a análise das respostas dadas pelos alunos às perguntas da pesquisa de satisfação e a observação das menções obtidas pelos alunos no teste permitem extrair inferências sobre a eficácia das metodologias objetos dessa pesquisa, será realizada uma exposição desses resultados a fim de subsidiar as conclusões sobre a eficácia/aplicabilidade dessas modernas técnicas de ensino da matemática.

Entretanto, antes de partir para a exposição dos resultados é necessário registrar que dentre os trinta e dois alunos do 1º ano da Escola Joaquim Murtinho abrangidos pela pesquisa houve uma aluna que, deliberadamente, recusou-se a participar de praticamente todas as atividades previstas no plano de aula, sendo por isso desconsiderada na análise do corolário dessa pesquisa. Dessa forma, o seu conjunto universo estatístico se restringirá a apenas 31 alunos.

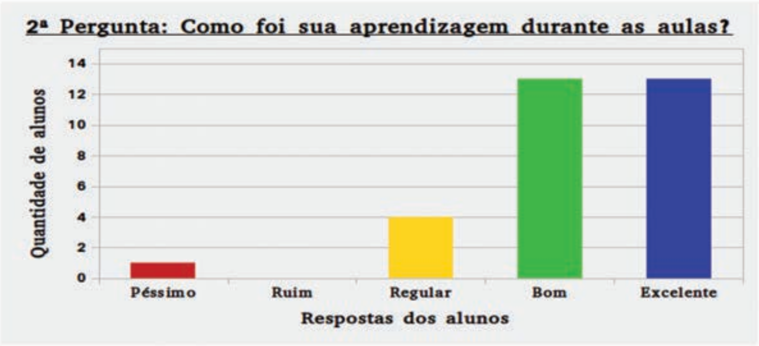
Isto posto, examinando o gráfico da Figura 9 que expõe o resultado das respostas dadas por esses alunos à primeira pergunta constante da pesquisa de satisfação, pode-se afirmar que a aceitação deste tipo de aula, que emprega a modelagem matemática num ambiente imerso em tecnologias digitais, foi muito positiva, todos os alunos da turma aprovaram as aulas dando a elas uma menção boa ou excelente (com maior ênfase nessa última avaliação).

Figura 9 - Respostas à primeira pergunta

Fonte: Autores.

Por outro lado, em relação ao seu nível de aprendizagem, os estudantes se mostraram menos otimistas. Analisando o gráfico da Figura 10 com as respostas dadas à segunda pergunta da pesquisa ainda se observa um predomínio de menções boas e excelentes, entretanto alguns poucos alunos deixaram transparecer certa insegurança em relação à sua aprendizagem dos conceitos ensinados durante as três primeiras aulas, julgando esse quesito como péssimo ou regular.

Figura 10 - Respostas à segunda pergunta



Fonte: Autores.

Sendo assim, os resultados expostos através do gráfico da Figura 9 assentam a ampla aceitação dos estudantes quanto ao emprego das metodologias de modelagem matemática e ao uso das TICs, uma vez que todos os alunos consideraram as aulas ministradas por seu intermédio como boas ou excelentes.

Além disso, apesar de existirem alunos pouco otimistas quanto ao seu nível de aprendizagem (16% o julgou como péssimo ou regular), 84% da turma considerou bom ou excelente seu grau de absorção dos conteúdos ensinados (gráfico da Figura 10), demonstrando mais uma vez que as metodologias foram bem empregadas durantes as aulas, fazendo com que os alunos superassem um certo sentimento inicial negativo sobre o seu aprendizado e passassem a adotar uma postura mais confiante quanto à sua capacidade de aprender a matéria.

Obviamente que o exame das respostas dos estudantes a essa última pergunta não mostra o seu real nível de aprendizagem dos conceitos matemáticos estudados, mas tão somente a sua percepção quanto a esse item; logo, para que se averígue o grau de conhecimento adquirido pelos alunos é mister levantar os resultados por eles obtidos na prova.

Dessa maneira, após proceder à correção do teste aplicado aos estudantes e tabular os resultados alcançados pelos estudantes, foi construída a seguinte distribuição de frequências com o intuito de melhor visualizar o desempenho da sala (Quadro 1).

Quadro 1 - Distribuição de frequência das notas dos alunos

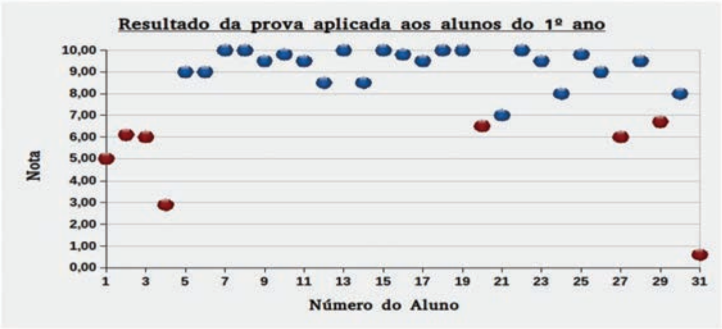
i	Notas	Frequência absoluta	Frequência relativa
1	0 |--- 3	2	6,45 %
2	3 |--- 5	0	0,00 %
3	5 |--- 7	6	19,35 %
4	7 |--- 9	5	16,13 %
5	9 |---| 10	18	58,07 %
Total	**31**	**100 %**	

Fonte: Autores.

Observando a divisão das notas entre os intervalos da tabela, percebe-se que, em geral, a turma granjeou uma boa performance na prova, com a grande maioria dos alunos integrando as duas últimas classes da distribuição (onde estão situadas as maiores menções). E não somente isso, calculando a média aritmética, obtém-se como resultado 8,18, demonstrando mais uma vez o bom desempenho conquistado pela sala. Efetuando o computo do desvio padrão dessas notas, obtém-se como quociente o valor 2,29, certificando o caráter homogêneo das menções da turma, uma vez que, para essa medida de dispersão, um número próximo de zero indica que as notas dos estudantes tendem a se aproximar do valor médio. Dante (2013, p. 52) corrobora essa afirmação ao declarar que "quanto mais próximo de 0 é o desvio padrão, mais homogênea é a distribuição dos valores da variável".

Introduzindo as notas obtidas pelos 31 alunos num gráfico de dispersão (Figura 11), a fim de obter uma visualização mais rica sobre a performance da turma, é possível perceber uma forte concentração das menções na faixa de notas situadas entre 7,00 e 10,00. Logo após essa fração, alguns alunos obtiveram menções posicionadas entre as notas entre 5,00 e 7,00. Por fim, existiram também dois casos graves de estudantes cujo desempenho foi muito ruim (notas menores que 5,00).

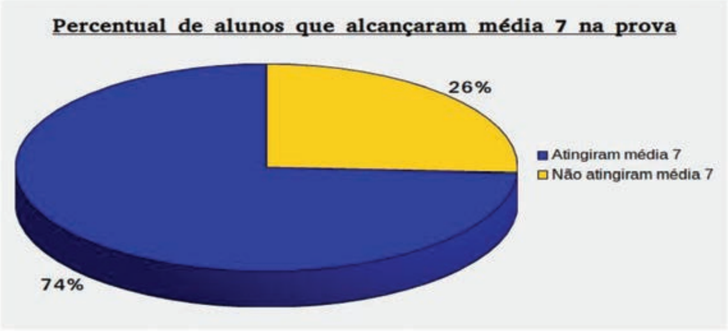
Figura 11 - Distribuição das notas



Fonte: Autores.

Caso fosse atribuído à nota 7,00 o requisito de desempenho mínimo para aprovação nesta prova, ter-se-ia um percentual de 74% de alunos aprovados na avaliação de seus conhecimentos sobre os conceitos inerentes a funções matemáticas estudados nas aulas dos dias 23, 24 e 25 de abril de 2018. Já a percentagem de estudantes reprovados nesse exame seria de 26% do total de alunos.

Figura 12 - Índice de aprovação da turma



Fonte: Autores.

A princípio, essa taxa de reprovação pode parecer alta, contudo com exceção dos dois alunos com desempenho muito ruim no teste, existe uma parcela considerável de alunos que, embora não tenham obtido menção igual ou superior a 7,00 no teste, estão bem próximos de consegui-la (com menções maiores ou iguais a 5,00 e menores do que 7,00), isto é, com potencial para alcançá-la, bastando para isso que o professor realize pequenas intervenções junto a eles a fim de que possam transpor suas dificuldades.

A análise dos dados extraídos da correção das provas corrobora a assertiva de que a associação entre a modelagem matemática e uso das TICs pode alavancar o aprendizado dos estudantes sobre os conceitos matemáticos, tendo em vista que 74% da turma estaria aprovada caso fosse estabelecida a menção 7,00 como grau mínimo para aprovação. E não somente isso: dentre os 26% reprovados, existem 19,35% que estariam em condições de alcançar essa média caso fossem ajudados em dificuldades pontuais sobre assuntos relacionados à matemática básica (Quadro 1).

Estipulando uma correspondência entre menções e possíveis faixas de notas obtidas pelos alunos, tal como exposta no Quadro 2, poder-se-ia estabelecer um comparativo entre a percepção dos alunos sobre o seu nível de aprendizagem (extraído através de suas respostas à segunda pergunta da pesquisa de satisfação) e o seu real ponto de aquisição desses novos conhecimentos (mensurado através da prova).

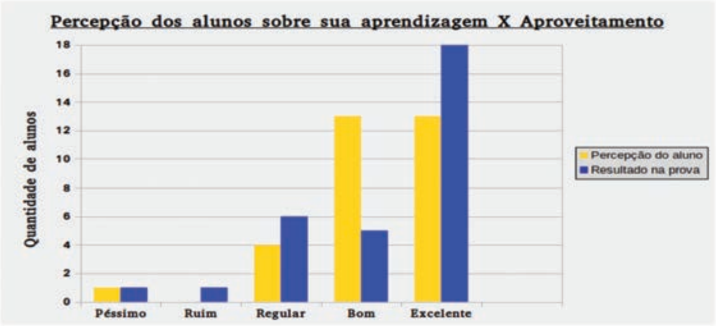
Quadro 2 - menção atribuída conforme nota do aluno

Faixa de notas	Menção
$0 \leq$ nota < 3	péssimo
$3 \leq$ nota < 5	ruim
$5 \leq$ nota < 7	regular
$7 \leq$ nota < 9	bom
$9 \leq$ nota ≤ 10	Excelente

Fonte: Autores.

Esse procedimento serviria para demonstrar a alguns alunos da turma que sua baixa autoestima quanto ao aprendizado dos conceitos matemáticos, fruto da insegurança quanto à sua capacidade de compreender tais concepções, é algo infundado, ao lhes mostrar que são pessoas inteligentes e que podem atingir resultados muito além do que imaginam ser capazes. A presente pesquisa estaria contribuindo também para elevar o moral da classe, resgatando essa autoestima e incentivando-os a prosseguir com os seus estudos posteriores. Incorporando ambas as informações num mesmo gráfico de barras (Figura 13), isto é, a sua percepção e o seu real nível de aprendizagem, percebe-se que elas confluem para a maioria das menções, apenas divergindo para o resultado “bom”, ou seja, a maioria dos estudantes alcançou resultado bem próximo do que se esperava; contudo, em diversos casos o desempenho atingido superou as suas expectativas, haja vista o elevado número de alunos que obtiveram menção excelente.

Figura 13 - Percepção dos alunos versus aprendizagem real



Fonte: Autores.

Embora inicialmente não integrasse o escopo dessa pesquisa, a análise dos erros dos estudantes na prova aplicada à turma no dia 26 de abril possibilitou estabelecer um panorama acerca de algumas dificuldades apresentadas pelos alunos relativas a diversos conceitos matemáticos. Se

> encarados com naturalidade e racionalmente tratados, os erros passam a ter importância pedagógica, assumindo um papel profundamente construtivo, e servindo não para produzir no aluno um sentimento de fracasso, mas para possibilitar-lhe um instrumento de compreensão de si próprio, uma motivação para superar suas dificuldades e uma atitude positiva para o seu futuro pessoal. É por isso que Vergani (1993, p. 152) afirma: "**interessar-se pelo aluno é interessar-se pelos seus erros**". Assim, os erros não podem ser apenas assinalados, mas devem ser objeto de um trabalho específico do professor com o estudante. (PAVANELLO; NOGUEIRA, 2006, p. 37, grifo nosso).

Contemplando os erros cometidos pelos alunos nas respostas às questões daquela prova, percebeu-se que, embora tivessem aprendido os conceitos ensinados sobre funções matemáticas, não conseguiam chegar à resposta correta devido à deficiência em matérias oriundas da matemática ensinada no ensino fundamental, em outras palavras, diversos alunos não obtiveram sucesso na construção das soluções das questões devido a dificuldades em outros tópicos que não as funções.

Sobre o percentual de alunos com potencial para atingirem a menção 7,00, caso fossem auxiliados na superação de algumas barreiras à sua aprendizagem, referia-me exatamente a casos de estudantes que, por se embaraçarem com regras de sinais, com a elucidação de potências ou com cálculos de raízes de equações do 1º grau, perderam pontos preciosos naquele teste, fazendo com que apresentassem um desempenho insuficiente na prova. Além disso, conforme dito anteriormente, foi percebido um certo sentimento negativo dos alunos quanto à sua aprendizagem da matemática.

Foi perceptível que existia, por parte de alguns deles, uma sensação de rejeição à disciplina, gerada talvez pela utilização, durante sua vida escolar, de metodologias ineficientes para o ensino da matemática. Dessa forma, foi bastante satisfatório ver em seus rostos, após a aplicação das aulas através das metodologias aqui pesquisadas, a alegria em constatar que são capazes de aprender matemática, sim! Que são pessoas inteligentes, podendo transcender em muito aquilo que julgam serem capazes de aprender.

CONCLUSÕES

Analisando o uso, pelos estudantes, dos materiais produzidos pela presente pesquisa, o comportamento dos alunos e sua interação com o professor durante as aulas; suas respostas às perguntas da pesquisa de satisfação; o desempenho geral da turma na prova realizada em 26 de abril de 2018, bem como os erros por eles cometidos nesse teste, é possível extrair algumas inferências sobre a eficiência e aplicabilidade das metodologias objeto desse estudo.

A primeira delas diz respeito à capacidade que a utilização da metodologia da Modelagem Matemática possui de manter os estudantes concentrados, a atenção recebida por este docente durante os momentos em que modelava a política de remuneração do Youtube foi tão intensa que me surpreendeu. O silêncio dentro do laboratório de informática da escola era imenso, foi deveras especial notar no semblante daqueles estudantes o interesse pelo que estava sendo ensinado, considerando-se que comumente, na maioria das salas de aula do país, “reina” o total desinteresse dos alunos pelos seus estudos.

Constata-se que a elaboração de um contexto, conforme ao perfil dos estudantes, destinado a envolver as concepções matemáticas que se desejam ensinar, pode contribuir extraordinariamente para o seu aprendizado, fazendo-os enxergar a presença destes conceitos no seu dia a dia, ou melhor, levando-os a perceber a existência dessas formulações na execução das tarefas mais básicas do seu cotidiano, rompendo com aquela falsa percepção de que matemática é uma disciplina abstrata.

A segunda refere-se à utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs), que sem dúvida alguma tornaram a aprendizagem de funções algo muito mais leve, prático, dinâmico e divertido. De forma geral, elas auxiliam bastante o processo de ensino-aprendizagem da matemática. Durante as aulas ocorreram muitos momentos de descontração proporcionados por imagens introduzidas dentro dos *slides* das apresentações; também foi possível divisar o interesse dos alunos pelos gráficos criados pela janela de visualização do GeoGebra conforme eram inseridas informações no campo "Entrada" daquele software.

Dentro desse contexto do uso das TICs, uma outra iniciativa bastante próspera foi a construção do blog M@tem@tica na Pr@tic@. Como administrador daquele *site* pude verificar, através de ferramentas de gestão que acompanham a sua plataforma de desenvolvimento (Blogger), o número diário de visualizações. Se considerar apenas o período em que as três primeiras aulas foram ministradas, compreendido entre os dias 23 a 25 de abril de 2018, suas páginas receberam cerca de 78 acessos. Inicialmente se pode imaginar que boa parte deste tráfego foi decorrente de pesquisas feitas através de sites de busca, tais como o Google (www.google.com.br) ou Bing (www.bing.com), entretanto, como o blog tinha sido recentemente construído e não havia sido divulgado para outras pessoas senão aos alunos do 1º ano B matutino da escola Joaquim Murtinho, acredita-se que dificilmente os acessos recebidos pelo blog tenham partido dessas pesquisas realizadas por meios destes sites de busca.

Sobre as videoaulas gravadas e publicadas no canal Adriano Angeli, e também no blog M@tem@tica na Pr@tic@, este foi o material de maior relevância para os estudantes, uma vez que foram alvo do maior número de visualizações daquele *site*, salientando que esses acessos às videoaulas foram realizados quase que unicamente por meio do blog (o canal no Youtube foi pouco utilizado). Contudo, independente do local de onde foram acessadas, as videoaulas se mostraram muito atrativas aos alunos, devendo ser continuamente usadas para o ensino da matemática.

Em relação à Central de Dúvidas, é importante pontuar que, ao final das quatro aulas, nenhum dos estudantes fez uso dessa ferramenta, talvez pelo pouco tempo de interação entre os alunos e este docente (o que seria essencial para criar uma certa proximidade entre ambos, deixando os alunos mais à vontade para procurar o auxílio do professor para as suas questões, e quebrar essa barreira entre eles). Além disso, refletindo sobre esse fato de forma mais criteriosa, penso que a ferramenta utilizada para tal propósito, qual seja: um endereço de e-mail para tirar dúvidas, não foi a mais adequada ao perfil dos alunos. Provavelmente a criação de um grupo no aplicativo de comunicação instantânea Whatsapp consistiria num artefato mais pertinente para cumprir essa função, visto que se harmoniza mais com o universo adolescente. Desta forma, para futuras pesquisas nesse sentido aconselha-se a utilização dessa última em detrimento da primeira. Ademais, considerando apenas as notas maiores ou iguais a 9,00 e menores ou iguais a 10,00, ter-se-ia um percentual de 58,07% de estudantes nessa faixa, expondo mais uma vez os bons frutos que essa combinação entre metodologias pode proporcionar aos estudantes, promovendo junto aos docentes um grande incentivo para sua utilização.

De forma geral, então, considerando o nível de assimilação dos conteúdos pelos estudantes, verificado por meio dos resultados apresentados por eles na prova, bem como o seu grau de satisfação com o tipo de aula ministrada durante esta pesquisa, mensurado através da pesquisa de satisfação, ficou comprovado que a associação entre as metodologias Modelagem Matemática e uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) tem enorme potencial para transformar o processo de ensino-aprendizagem da disciplina, elevando-a a um patamar qualitativo muito além do atual, demonstrando a eficiência e aplicabilidade dessas metodologias. Obviamente que essas metodologias não consistem em panaceias capazes de curar todos os problemas advindos do ensino da matemática; cada caso deve ser tratado de forma específica, escolhendo a metodologia mais adequada ao perfil de determinado grupo de alunos.

O uso das TICs provavelmente não surtiria tanto efeito caso fosse empregada, por exemplo, numa turma de Educação de Jovens e Adultos (EJA), uma vez que se trata costumeiramente de classes formadas por estudantes mais velhos, que buscam retomar estudos interrompidos há anos atrás, muitos deles com pouca ou nenhuma afinidade com tecnologias digitais. Contudo, certamente ambas as metodologias têm muito a contribuir com a melhoria da qualidade da educação do país, em especial com a educação matemática, fazendo com que os estudantes brasileiros possam apresentar, quem sabe num futuro próximo, desempenho bem melhor nas avaliações que medem o seu nível de conhecimento sobre esta nobre disciplina, quiçá posicionando o país dentre as nações com excelentes índices no ensino da matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, A. P. de. **Estudo de Funções Utilizando GeoGebra e Moodle.** 2014. 224 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas). Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014.

BARGAS, D. **Quanto o YouTube paga por pageview?**. 2015. Disponível em: <https://mundoestranho.abril.com.br/cotidiano/quanto-o-youtube-paga-por-pageview/>. Acesso em: 13 de mar. de 18.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª séries): Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1998.

CIRIACO, D. **As 8 melhores plataformas gratuitas para você criar seu blog**. 2018. Disponível em: <https://canaltech.com.br/internet/as-8-melhores-plataformas-gratuitas-para-voce-criar-seu-blog/>. Acesso em 30 de abri. de 2018

CONSONI, B. **A importância do Feedback.** 2010. 54f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Administração). Fundação Educacional do Município de Assis, 2010

CONTREIRA, C. B.; KRUG, H. N. **Educação Física nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental: um Estudo de Caso com Professores Unidocentes**. Efdeportes, Buenos Aires, año 15, n. 150, p. 1, nov. 2010. Disponível em: <http://www.efdeportes.com/efd150/educacao-fisica-com-professores-unidocentes.htm>. Acesso em 2 de jul. de 2018.

DANTE, L. R. **Matemática: Contexto & Aplicações**. 2 ed. v. 3, São Paulo: Ed Ática, 2013.

GEOGEBRA. **Colocando o software de matemática dinâmica mais popular do planeta e seus materiais nas mãos de alunos e professores em todos os lugares.** Disponível em: <https://www.geogebra.org/about?ggbLang=pt_BR>. Acesso em 30 de abr. de 2018.

IBICT - INSTITUTO BRASILEIRO DE INFORMAÇÃO EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA. **Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações**: banco de dados. Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/Search/Results?lookfor=dificuldade+matematica&type=AllFields.>. Acesso em 15 de abr. de 2018.

INSTITUTO PAULO MONTENEGRO. **Gestão escolar nas escolas públicas de Ensino Básico das principais capitais brasileiras: o perfil do protagonista**. Estudos & Pesquisas Educacionais. Fundação Victor Civita. Estudos realizados em 2007, 2008 e 2009. São Paulo, 2010.

LEITE, J. E. **Metodologias da educação matemática: reflexões sobre a prática.** 2010. 135 f. Dissertação (Mestrado em educação) – Curso de Pós Graduação em Educação, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2010.

LOUREIRO, V. **Dificuldades na aprendizagem da matemática: um estudo com alunos do ensino médio**. 2013. 64 f. Dissertação (Mestrado profissional em matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2013.

MEYER, M. **Quais as diferenças entre as gerações X, Y e Z e como administrar os conflitos?**. 2014. Disponível em: <https://www.oficinadanet.com.br/post/13498-quais-as-diferencas-entre-as-geracoes-x-y-e-z-e-como-administrar-os-conflitos>. Acesso em: 15 de abri. de 2018.

PAVANELLO, M. R.; NOGUEIRA, C. M. I. **Avaliação em Matemática: Algumas Considerações**. Estudos em Avaliação Educacional, v.17, n.33, jan./abr., 2016.

PISA - PROGRAMME FOR INTERNATIONAL STUDENT ASSESSMENT, 6., 2015. **Results in focus**. The Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD), Paris-France, 2018.

SEGet - SIMPÓSIO DE EXCELÊNCIA EM GESTÃO E TECNOLOGIA, VIII., 2011. **Gestão do Enriquecimento da Elaboração de Vídeo-aulas: uma Proposta de Aumento da Interatividade Entre Professor e Estudante**. Instituto Superior de Tecnologia em Ciências da Computação do Rio de Janeiro (IST-Rio). Resende-RJ, 2011.

29 O JOGO BINGO DA PERMUTAÇÃO: UMA EXPERIÊNCIA VIVENCIADA NO ENSINO MÉDIO

Jóice Gomes dos Santos[72]
Claudia Angela da Silva[73]

INTRODUÇÃO

A utilização de jogos para ensinar matemática tira toda a previsibilidade das aulas, frequentemente pautadas em uma sequência inalterável de ensino; portanto, é mais trabalhosa, uma vez que se distingue do que Beatriz D'Ambrósio (1989) denomina de a "típica aula de Matemática" que

> [...] ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante. O aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. (D'AMBRÓSIO, 1989, p. 15).

Devido à falta de oportunidade de pensar, criar e interagir na aula de matemática, esta é geralmente rotulada, pelos alunos, como uma matéria difícil de ser compreendida, limitando-se a algoritmização e distanciando-se da significação real de cada conteúdo, e isso é desestimulante ao ato de aprender e por vezes, ao de ensinar.

Porém, como preparar uma aula de matemática com o uso de jogos para a aprendizagem do conteúdo e, ao mesmo tempo, evitar que as tarefas do jogo sejam apenas exercícios de fixação?

Com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 1999), as finalidades do ensino da matemática, e seus objetivos, são levar o aluno a:

72 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio. E-mail: joice-kelly15@hotmail.com.
73 Professora mestra na Rede Municipal de Ensino de Dourados-MS.
E-mail: clau.angela@hotmail.com.

- Compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
- Aplicar seus conhecimentos matemáticos às situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- Analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;
- Desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo; (BRASIL 1999, p. 96).

Para atingir estes objetivos somente a formação inicial do professor é insuficiente, sendo necessárias ao professor várias formações continuadas para que possa assumir o conteúdo a ser trabalhado em sala com dinamismo, pois conforme D'Ambrósio (1993) destaca, algumas características que serão necessárias para os professores do século XXI são:

a) Visão do que vem a ser matemática;
b) Visão do que constitui a atividade matemática;
c) Visão do que constitui a aprendizagem matemática e
d) Visão do que constitui um ambiente propício à aprendizagem matemática.

Neste caso, o professor de modo geral precisa estar sempre em busca de novas metodologias, de recursos didáticos que possam ajudá-lo ao iniciar ou até mesmo finalizar um conteúdo, e, neste caso, as atividades diferenciadas melhoram a didática e facilitam o entendimento para o aluno.

Os Jogos Educativos são um recurso aos quais os alunos se adaptam e com eles interagem. Conforme Grando (2000) ressalta:

> O jogo propicia o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas na medida em que possibilita a investigação, ou seja, a exploração do conceito através da estrutura matemática subjacente ao jogo e que pode ser vivenciada, pelo aluno, quando ele joga, elaborando estratégias e testando-as a fim de vencer o jogo. (GRANDO, 2000, p. 32).

Neste sentido, o ensino da matemática através do jogo contribui na formação do aluno, pois o mesmo traz ao aluno o desejo pelo aprender, estimula o raciocínio e a competição que a maioria dos jogos fornece; faz com que eles busquem mais a exploração do conceito, contribui, também, na relação entre os alunos, na troca de experiência e na relação social.

O JOGO "BINGO DA PERMUTAÇÃO"

O jogo Bingo da Permutação foi baseado no jogo Bingo da Equação, apresentado por Oliveira (2015), e obedece basicamente às regras de um bingo comum, diferenciando-se apenas por ter como abordagem educacional de aprendizagem a resolução de exercícios.

Tal jogo pode ser usado para abordar qualquer conteúdo matemático, sendo que, os alunos podem resolver os exercícios propostos tanto manualmente quanto mentalmente e, desta forma, sobressai-se o aluno que tem mais conhecimentos sobre o conteúdo.

Como em um jogo no qual a concorrência pelo melhor resultado é um estímulo a mais, no Bingo da Permutação, o quesito "sorte" também influencia no resultado final; assim, não basta somente saber resolver o exercício, como não basta apenas contar com a sorte, e tais variáveis tornam o jogo mais emocionante.

Influenciou na escolha do jogo o fato de que o mesmo torna o habitual ato de resolução de exercícios algo lúdico, como também envolve diretamente o conteúdo abordado.

Inicialmente, os alunos precisarão resolver os exercícios manualmente, atendo-se ao fato de que a resolução dos mesmos segue uma lógica; espera-se que, após algumas sentenças ditadas, os alunos percebam esta lógica e consigam resolver o bingo mentalmente.

Regras do Jogo

1. Cada aluno receberá uma cartela;
2. Serão sorteadas sentenças contendo permutação simples de palavras utilizando as quatro operações (+, -, / e x), em seguida, a professora irá ler para que os alunos possam calcular; exemplo: Malu – lua = 4! – 3! = 18, bem x fé = 3! x 2! = 12.
3. O jogador que possuir número correspondente ao resultado da sentença, em sua cartela, marcará um X sobre o mesmo;

4. Será permitido um curto espaço de tempo entre uma sentença e outra para a resolução das mesmas, mentalmente ou não;
5. Ganha o jogador que preencher a cartela toda, primeiro. Segue como exemplo uma das cartelas de bingo e as sentenças a serem sorteadas (Figura 1).

Figura 1 - Exemplo da cartela do bingo e das atividades

Bingo da Permutação		
10	12	19
2	☆	25
29	8	9

1. Quantos anagramas podemos formar com a letra k?	16. dó x ré x mi x fá
2. Quantos anagramas podemos formar com a palavra pé?	17. 3! + 11
3. Lua / fé	18. Malu - lua
4. gol - dó	19. 4! - 15
5. Clara / amor	20. Maria / lua
6. Quantos anagramas podemos formar com a palavra ler?	21. 4! - 3
7. Clara / amor + lá	22. Suzi - ré
8. Gato / mal	23. 4! - 1
9. Cadu – lua / ré	24. De quantas maneiras diferentes podemos organizar quatros DVDs em uma prateleira?
10. Vaca / sal + lua	25. 4! + 1
11. Luana / Maria + lua	26. belo + lá
12. Bem x fé	27. 4! + 3
13. Galo + dó / dó	28. formar / somar - fé
14. Sol x só + lá	29. 4! + 5
15. Malu - dó x ré x mi	30. lar + amor

Fonte: Autores.

Objetivos do Jogo

- Explorar e incentivar a resolução de exercícios relacionados à permutação simples, por meio de diferentes estratégias;
- Reconhecer e desenvolver permutações simples;
- Fixar conhecimentos já adquiridos do conteúdo;
- Exercitar os conhecimentos já adquiridos do conteúdo;
- Incentivar a revisão do conteúdo por meio do jogo.

Pré-requisitos: Os alunos precisam ter noção de Permutação simples.

Materiais: Cartelas de bingo contendo resultados de Permutação simples, 30 questões/sentenças de Permutação simples para sorteio e marcadores (caneta).

METODOLOGIA

Por se tratar de uma pesquisa que visa investigar o encaminhamento metodológico do uso do jogo no ensino de matemática como recurso pedagógico na resolução de exercícios, o delineamento metodológico que se adéqua à pesquisa consiste em uma abordagem qualitativa para apreensão e análise dos dados, já que temos como objetivo a intervenção, descrição e interpretação das potencialidades do jogo, o que produz dados incomensuráveis e subjetivos. Bogdan e Biklen (1994) destacam que quando o objetivo é o de "construir conhecimento e não o de dar opiniões sobre determinado contexto" (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 67), as evidências qualitativas permitem compreender mais profundamente o fenômeno, dentro do seu próprio contexto.

Buscando alcançar os objetivos da pesquisa, foi feita, primeiramente, a intervenção, realizada em uma aula inédita na Escola Estadual Ministro João Paulo dos Reis Veloso para vinte e sete alunos do 2º ano de ensino médio. Esta aula foi cedida pelo professor regente no intuito de fixar o conteúdo já visto. A descrição e interpretação foram feitas posteriormente e baseadas nas pesquisas teóricas.

ANÁLISE DE DADOS E RESULTADOS

A aplicação deste jogo foi para uma turma do 2º ano. Inicialmente, foi explicado aos alunos o porquê do uso do jogo, salientando a intenção de exercitar o conhecimento adquirido de forma lúdica, incentivando a competição, mas, também, valorizando a troca de informações e a cooperação no processo de aprendizagem. Após isso, houve a distribuição das cartelas e em seguida foram explicadas as regras do jogo; alguns alunos tiveram dúvidas quanto ao conteúdo, e foram dados alguns exemplos de como se calcular a permutação simples. Alguns alunos ainda tinham dúvidas no cálculo e, mesmo assim, persistiram, e a todo o momento perguntavam se o desenvolvimento deles estava correto, se chegaram ao resultado certo, no desenvolver do jogo, e com a intervenção da professora foram se adaptando e compreenderam as regras e o conceito; o desempenho deles foi muito bom, todos participativos e ansiosos para gritar "BINGO".

Análise: Segundo Grando e Marco (2007, p. 106), "a aprendizagem não está no jogo, mas nas intervenções realizadas". Também, nessa perspectiva Schliemann, Santos e Costa (1992 APUD NACARATO, 2005) dizem que: "Não é o uso específico do material concreto, mas sim, o significado da situação, as ações da criança e sua reflexão sobre essas ações que são importantes na construção do conhecimento matemático" (SCHLIEMANN; SANTOS; COSTA, 1992 APUD NACARATO, 2005, p. 5).

No início, todos quiseram se sentar em grupos, disseram que assim um ajudaria ao outro, e que estavam acostumados a se sentarem em grupos.

No decorrer da atividade, todos estavam se ajudando, ou seja, um chegava ao resultado e avisava aos outros, conferindo os resultados para terem a certeza de que estavam certos o que confirma o que disse Grando (2004): "o jogo favorece a **integração social** entre os alunos e a conscientização do **trabalho em grupo** (...), o desenvolvimento da **criatividade**, do **senso crítico**, da **participação**, da **competição** 'sadia', da **observação,** das várias formas de uso da linguagem e do resgate do **prazer em aprender**".

Até que um colega gritou "BINGOOO", e todos ficaram agitados, não acreditando.

Após serem conferidos os resultados com a cartela de bingo do aluno, foi confirmada sua vitória, e o jogo continuou até o terceiro ganhador. Para a surpresa de todos, o segundo ganhador foi a colega que teve mais dificuldade durante o jogo, conforme a percepção da professora. Com a resolução dos exercícios, tal aluna começou a abstrair melhor o conhecimento, e, assim, tem-se mais uma vantagem no uso de jogos, apontada por Grando (2004): a "**(re)significação de conceitos** já aprendidos de uma forma motivadora para o aluno".

Os objetivos da aula foram alcançados e a aula foi conduzida da forma esperada, ressaltando as potencialidades do jogo como uma forma lúdica de resolução de exercícios.

O envolvimento dos alunos foi satisfatório, visto que não perderam tempo, e buscaram resolver as sentenças propostas de forma rápida e eficaz, apreendendo, assim, o conteúdo abordado, em consonância com o exposto por Grando (2000), que ressalta:

> Ao analisarmos os atributos e/ou características do jogo que pudessem justificar sua inserção em situações de ensino, evidencia-se que este representa uma atividade lúdica, que envolve o desejo e o interesse do jogador pela própria ação do jogo, e mais, envolve a competição e o desafio que motivam o jogador a conhecer seus limites e suas possibilidades de superação de tais limites, na busca da vitória, adquirindo confiança e coragem para se arriscar. (GRANDO, 2000, p. 26).

No caso da aula e do uso dos jogos, ainda podemos frisar o fato de que a competição é inerente ao ato de jogar e isso, não necessariamente, pode ser julgado como uma individualidade egoísta, atitude negativa, visto que o autodesenvolvimento também é uma espécie de competição consigo mesmo, na busca da superação de limitações.

REFERÊNCIAS

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Porto editora, 1994.

BRASIL. **Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio.** Secretaria de Educação Média e Tecnológica, Brasília: MEC/SEMT, 1999, p.96.

D'AMBROSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates**. SBEM. Ano II, n. 2, Brasília, p. 15-19, 1989.

______. **Formação de Professores de Matemática para o Século XXI: o grande desafio**. Pro-Posições. Campinas, v.4, n.1/10, p. 35, 1993.

GRANDO, R. C.A. **O Conhecimento Matemático e o Uso dos Jogos na Sala de Aula**. 2000. Tese de Doutorado - Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas.

______. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Editora Paulus, 2004.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto, **Revista de Educação Matemática** Publicação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM, São Paulo, v. 9, n. 9 e 10, p. 1-6, 2004-2005.

OLIVEIRA, T. C. **Ludens – Jogos e brincadeiras na matemática.** Disponível em: <https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/457/o/5_Bingo_de_equa%C3%A7%C3%B5es.pdf>. Acesso em: 5 de nov. de 2015.

30 A UTILIZAÇÃO DO JOGO DO BINGO NO ENSINO DE ALGARISMOS ROMANOS: UMA ABORDAGEM DE FIXAÇÃO

Marcos Paulo Vasconcelos da Paz[74]
Mariana Fabiane Garcia Travassos[75]

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo relatar a experiência de uma aula inédita aplicada por meio da utilização da metodologia de jogos, abordando o tema de algarismos romanos.

A utilização dos números romanos, atualmente, foi substituída pelo uso dos algarismos indo-arábicos, mas por ainda ser utilizado no cotidiano, como em capítulos de livros e volumes, nomes de papas, referenciar reis e imperadores, em relógios, designação de séculos e datas, é um tema específico nas aulas de matemática até os dias de hoje.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais afirmam:

> As necessidades cotidianas fazem com que alunos desenvolvam capacidades de natureza prática para lidar com a atividade matemática, o que lhes permite reconhecer problemas, buscar e selecionar informações, tomar decisões. Quando essa capacidade é potencializada pela escola, a aprendizagem apresenta melhor resultado. (BRASIL, 1998, p. 37).

O sistema de numeração romana é constituído por sete símbolos, sendo que para cada símbolo é atribuído um valor. Após conhecidos os símbolos e seus nomes, aprende-se que é um sistema posicional, e que cada posição de símbolo altera o valor final; além disso, existem regras de adição e subtração, envolvidas na utilização desses números, como símbolos menores que são atribuídos antes de símbolos maiores, e que indicam uma subtração, e símbolos menores após símbolos maiores, que indicam uma adição.

---

74 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.
E-mail: marcosmpvp@hotmail.com.

75 Professora mestra na Faculdade de Educação a Distância da Fundação Universidade Federal da Grande Dourados. E-mail: marianatravassos@ufgd.edu.br.

Pela complexidade da utilização dos números romanos e pela dificuldade na adaptação dessa escrita, muitas vezes o ensino desse tema acaba se tornando pouco interessante para o aluno. Diante dessa dificuldade apresentada pelos alunos nessa etapa do ensino, cabe ao professor buscar formas mais interativas e lúdicas para a aprendizagem do aluno.

O público-alvo deste trabalho são alunos do 6° ano do ensino fundamental de uma escola municipal localizada em um bairro carente de Naviraí-MS. Os estudantes desta escola apresentam uma grande defasagem com a matemática, e se encontram em uma distorção idade-série.

O uso de jogos é uma ferramenta de grande importância e relevância, pois se trata de uma atividade lúdica que atrai o interesse dos alunos para um tema cuja dificuldade pode ser reduzida quando se tem o prazer de aprender. Os jogos são uma forma de trazer o "prazer" pelo estudo de temas mais complexos.

NUMERAIS – UM POUCO DA HISTÓRIA DOS NÚMEROS

Primeiramente, define-se o que é um numeral. Segundo o dicionário Aurélio é:

- Classe de palavras que indica o número ou a ordenação numa série;
- Relativo a número;
- Que indica o número.

Este autor entende que "numeral" é todo símbolo, palavra ou objeto que quantifica seres ou os situa em determinada sequência.

Os numerais, atualmente, possuem quatro classificações: numeral cardinal (que indica quantidade), numeral fracionário (que indica fração), o numeral multiplicativo (que indica um múltiplo de uma quantidade) e o numeral ordinal (que indica uma ordem ou posição numa série).

Segundo Souza (2018), as primeiras concepções de "número" são tão antigas quanto a era paleolítica. O autor ainda continua com uma analogia cronológica e exprime que nada ou quase nada em relação ao conhecimento de valores numéricos e de relação de grandezas foi desenvolvido naquela época, surgindo somente com a transição da coleta de alimentos para a sua produção, no período neolítico. De fato, não se tem muita informação sobre quando realmente surgiram os números cardinais, mas alguns documentos descobertos na China, Índia, Mesopotâmia e Egito trazem esse conceito, afirma Souza.

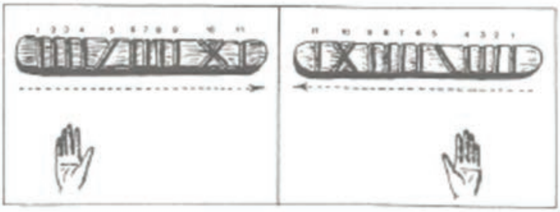
Com o passar do tempo e com o surgimento das sociedades/comunidades de cada região, foram surgindo, através das escritas, linguagens e símbolos aos quais eram associados valores.

ALGARISMOS ROMANOS

Assim como visto anteriormente, os números surgiram há tanto tempo que nem mesmo podemos saber uma data exata, e com os números romanos, não poderia ser diferente.

Segundo Pinho (2017. p. 5) “Há registros pré-históricos de entalhes em ossos e em madeira, que evidenciam como ao longo do tempo, tais registros sofreram alterações, até chegarem à forma mais usual dos algarismos romanos” (Figura 1).

Figura 1 - Gravuras em madeira dos números romanos



Fonte: Pinho (2017).

Os números romanos passaram por muitas mudanças, desde antes da República Romana até o sistema de numeração romano atual (PINHO, 2017. p. 5-8). O atual sistema de numeração romano, instaurado a partir do Renascimento, consiste na utilização de sete algarismos. Segue no Quadro 1 quais símbolos receberam, quais seus nomes, e a quais valores correspondem:

Quadro 1 - Símbolos, nomes e valores dos números romanos

Símbolo	Nome	Valor
I	unus	1 (um)
V	quinque	5 (cinco)
X	decenm	10 (dez)
L	quinquanginta	50 (cinquenta)
C	centum	100 (cem)
D	quingenti	500 (quinhentos)
M	mille	1000 (mil)

Fonte: Autores.

Após conhecidos os símbolos e seus nomes, aprende-se que o sistema de numeração romano é um sistema posicional em que cada posição de letra altera o valor total expressado.

A seguir, têm-se as regras atuais, apresentadas por Pinho *apud* Boyer (2017, p. 11):

- Quando um algarismo é escrito à direita de outro de valor igual ou maior, somam-se os valores;

Exemplos:

$$XX \rightarrow 10 + 10 = 20$$

$$XV \rightarrow 10 + 5 = 15$$

- Somente os algarismos I, X, C e M podem ser repetidos, seguidamente, até três vezes;

Exemplos:

$$XXIII \rightarrow 23$$

$$CCCXX \rightarrow 330$$

- Quando um dos algarismos I, X ou C é escrito à esquerda de outro de maior valor, subtrai-se o respectivo valor nas seguintes condições:

· I só pode aparecer antes de V ou X

· X só pode aparecer antes de L ou C

· C só pode aparecer antes de D ou M

Exemplos:

$$IV \rightarrow 5 - 1 = 4$$

$$IX \rightarrow 10 - 1 = 9$$

$$XL \rightarrow 50 - 10 = 40$$

$$XC \rightarrow 100 - 10 = 90$$

$$CD \rightarrow 500 - 100 = 400$$

$$CM \rightarrow 1000 - 100 = 900$$

Para escrever os números a partir de 4000, os romanos usavam traços acima de um Símbolo ou de um conjunto de símbolos. Um traço para representar os milhares e dois traços para representar os milhões.

Figura 2 - Milhares e milhões em romanos

$\overline{V}$	$\overline{\overline{V}}$	$\overline{XII}DCXL$	$\overline{\overline{X}}\overline{C}V$	$\overline{CL}$	$\overline{C}L$
5000	5000000	12640	10100005	150000	100050

Fonte: Pinho (2017).

As regras apresentadas são as de representação, mas existem, ainda, regras de adição, subtração, multiplicação (dobro e triplo), divisão (exata e truncada) e paridade. Vamos apresentar somente as regras de adição, subtração e multiplicação, neste artigo, pois o foco do mesmo é a representação. Todas as informações seguintes são retiradas e adaptadas da dissertação de Pinho (2017):

Algumas Operações com Números Romanos

Adição e Subtração

Já mencionada acima, por convenção, usa o princípio aditivo e subtrativo em sua representação.

a) *XX* =10+10=20
b) *IX* =10-1=9

Multiplicação: dobro e triplo

A ideia de multiplicação aqui é dobrar ou triplicar a quantidade de algarismos que aparecem e por fim fazer um ajuste na notação se necessário, utilizaremos a notação 2× e 3× para indicar as multiplicações.

a) 2 X *I* = *II*
a) 2 X *II* = *IIII* ou *IV*, fazendo o ajuste de notação
a) 2 X *CXXVII* = *CCXXXXVVIIII* = *CCLIV*
a) 3 X *CXXVII* = *CCCXXXXXXVVVIIIIII* = *CCCLXXVI*

Como se pode notar, são operações muito trabalhosas e complexas.

Tais operações eram feitas com ábacos, de forma a facilitar os cálculos, mas, ainda assim, demandariam muito tempo para serem feitas. Com o passar do tempo, o declínio dos números romanos estava traçado.

Segundo Pinho (2017), a Idade Média foi um período de profunda ignorância e analfabetismo,

> [...] Contudo, a ignorância e o isolamento fizeram com que o sistema romano passasse a ter um número incontável de variantes: deturpações caligráficas dos algarismos tradicionais dos romanos, introdução de novos símbolos para os algarismos e uma enorme variedade nas regras de escritura dos numerais. (PINHO, 2017, p. 8).

Pode-se concluir, então, que os números romanos passaram por muitas transformações no decorrer dos milênios, muitas formas de contagem e simbologia foram usadas até chegar ao clássico sistema posicional.

PLANEJAMENTO E APLICAÇÃO DA AULA

Caracterização da Escola e da Turma

A aula foi aplicada em uma Escola municipal localizada em um bairro carente e com criminalidade elevada na cidade de Naviraí-MS. São atendidos ali cerca de 680 alunos divididos em 23 turmas nos períodos diurno e noturno. A escola incentiva o desenvolvimento de projetos de interdisciplinaridade e projetos que visam diminuir os problemas da escola e da sociedade, como bullying, desperdício, trânsito, cuidados com o meio ambiente, dentre outros.

A turma do 6° ano, com a qual foi aplicada a aula, é composta por 30 alunos, dentre os quais estão presentes alguns que possuem distorção de idade-série, chegando a ter alunos de 11 a 16 anos. A mesma também conta com um aluno com problemas psicológicos que utiliza de medicação controlada devido ao seu comportamento muito agitado, e que não conta com um profissional adequado (itinerante) para auxiliá-lo durante as atividades.

Os alunos, de um modo geral, apresentam um grau elevado de dificuldade nas disciplinas curriculares e em especial com o estudo dos conteúdos da matemática. Enfim, a sala apresenta inúmeros problemas, pelos fatores sociais e culturais onde estão inseridos.

Quando foi introduzido o conteúdo “Algarismos Romanos”, o professor percebeu que os estudantes demonstraram pouco interesse pelo tema e também muita dificuldade em entender o sistema posicional.

Diante de tantos problemas apresentados pela turma, e no contexto geral aqui já descrito, o professor percebeu que deveria trabalhar com uma metodologia diferente em busca de uma possível solução que pudesse incentivar e colaborar com a aprendizagem do conteúdo. Assim, foi pensado o uso do jogo para chamar a atenção dos alunos.

Aplicação e Desenvolvimento da Aula

Aula 1

Nesta primeira aula, os alunos já estavam animados e ansiosos pelo jogo do bingo. Foi aproveitado este momento para explicar as regras que usaríamos no jogo:

- Grupos de até 5 pessoas;
- 2 cartelas por pessoa (uma para romanos, e outra para indo arábicos).

O professor montou a estrutura da tabela e explicou as regras clássicas de um jogo de bingo de 75 bolas, na lousa. Os próprios alunos confeccionaram suas tabelas, nomeando a primeira linha com a palavra BINGO, e a célula do CENTRO com seu nome. Na construção da tabela, o professor auxiliou na montagem, pois alguns alunos não tinham autonomia para montá-la. Nesta fase, o professor percebeu que alguns alunos não tiveram dificuldades e estavam ajudando os outros para que o jogo começasse.

A construção da tabela levou cerca de 40 minutos. Quando quase todos estavam prontos, a aula já estava acabando, e então se iniciou a elaboração dos papéis “bola” para o jogo. Os papéis bolas eram números de 1 a 75 que foram escritos em números indo-arábicos e em números romanos.

Após finalizar os números, o estojo do professor foi feito de “urna”, para que se pudessem retirar os papéis bola de lá e assim finalizamos a primeira aula.

Aula 2

Já na 2ª aula, o professor decidiu que começaria usando os algarismos indo-arábicos com a cartela romana, e a regra utilizada foi de cartela completa.

Durante essa fase, houve grande empolgação por parte dos alunos, acompanhando e querendo vencer. O bingo foi fluindo com os alunos conseguindo acompanhar sem muitos problemas.

Após a saída do primeiro vencedor, premiado com um chocolate, iniciou-se a segunda cartela, a de números indo-arábicos, quando as bolas sorteadas seriam de números romanos. Acompanhando o tempo disponível, a regra utilizada seria quem completasse uma linha. Durante essa fase do jogo, o professor notou que os alunos demoravam um pouco mais na conversão dos números romanos para indo-arábicos. Ao terminar o jogo, o ganhador foi premiado com chocolate.

No final da aula, o professor distribuiu um chocolate, de menor valor, aos demais alunos, pois os mesmos se esforçaram em fazer o bingo acontecer e são vencedores ao aprender.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Durante o desenvolvimento da aula, foi possível perceber como os alunos se sentiam em relação a uma metodologia diferenciada.

O comportamento da sala destoava bastante da aula tradicional, havia uma parcela de alunos (a grande maioria) que estava muito empolgada em fazer e estava ajudando outros alunos que estavam um pouco desorientados.

Quanto ao conteúdo, foi possível notar que alguns alunos que não tinham interesse algum pelos números romanos estavam tentando fazer para poder jogar. Também se percebeu que tinha alunos (poucos) com conceitos errados, e tentei explicar novamente para que conseguissem aprender. Pude perceber que mais da metade da sala teve uma melhora e até conseguiam ajudar os colegas, que pouquíssimos não tinham ideia do que fazer, e um pouco menos da metade sabia moderadamente realizar as conversões, mas precisava de ajuda.

Em relação ao tempo, notou-se que, talvez, fosse necessária uma terceira aula para uma abordagem mais aprofundada do tema. Durante o desenvolvimento da aula, verificamos a importância da construção do jogo, pois proporcionou o desenvolvimento do trabalho em equipe como citado no referencial teórico, uma vez que alguns alunos começaram a ajudar os colegas com dificuldade.

Avaliando as aulas, pode-se dizer que as mesmas foram bem-sucedidas, pois apresentou um efeito positivo nas aulas subsequentes, revelado pelo interesse e conhecimento elevado dos alunos no conteúdo de números romanos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No desenvolvimento de uma atividade com o uso de jogos em sala de aula, foi possível perceber que os alunos tiveram uma aceitação muito acima da expectativa, com participação expressiva da turma. O objetivo principal de fixação do conteúdo foi atingido, e ainda foi possível notar um grau de interesse maior dos alunos nos conteúdos de matemática das aulas subsequentes. O professor e autor desse trabalho sentiu-se muito grato pelas descobertas encontradas na construção desse artigo, como mudança de concepções e choque de informações.

Por fim, pode-se destacar que o estudo sobre números romanos, apesar de não apresentar destaque nos conteúdos matemáticos, é muito importante historicamente e pelo seu uso nos mais diversos contextos do cotidiano.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

PINHO. C.A. **Algarismos Romanos:** Nobres Incompreendidos. 2017. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal da Bahia. Bahia.

SOUZA. E. J. **Sobre a história dos números.** IFBA. 2018. Disponível em: <http://www.ifba.edu.br/dca/corpo_docente/mat/ejs/sobre_a_historia_dos_numeros.pdf>. Acesso em: 29 de abri. de 2018.

31 O JOGO NO ENSINO DE SEQUÊNCIA NUMÉRICA NO ENSINO MÉDIO

Ana Paula Lopes dos Santos[76]
Claudia Angela da Silva[77]

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo relatar a experiência de uma aula inédita aplicada por meio de jogos abordando os seguintes temas: sequências lógicas, figuras geométricas e resolução de situações-problemas.

O estudo da lógica se impõe a várias áreas de ensino, e, especificamente na área de matemática, abrangendo um amplo campo de conhecimento e estímulo na argumentação.

Os estudantes indígenas da escola pesquisada apresentam uma grande defasagem de aprendizagem devido às dificuldades que envolvem a língua materna indígena. Muitos chegam ao ensino médio sem o conhecimento de alguns termos utilizados no ensino da matemática, termos que não existem na sua língua materna, e os jogos foram utilizados como estratégia para tentar colaborar na melhora dessa defasagem.

A aplicação de jogo na introdução ao ensino de sequências lógicas é de grande relevância para a aquisição de conhecimento nesta área. O estudo da lógica vem aprimorar a arte de pensar, segundo Tomazi (2013). Muitas vezes as dificuldades de interpretação dos conteúdos matemáticos estão relacionadas a defasagem de estímulo à curiosidade, investigação e desenvolvimento do raciocínio lógico.

Neste contexto, o trabalho exposto vem relatar uma experiência no uso de jogos no ensino de sequências, estimulando a percepção quanto às possibilidades de resultados, análise de situações e associação de conteúdos, possibilitando a interação entre os alunos.

---

76 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.
E-mail: anna_lopess@hotmail.com.
77 Professora mestra na Rede Municipal de Ensino de Dourados-MS.
E-mail: clau.angela@hotmail.com.

METODOLOGIA

O presente estudo tem como recurso a aplicação de jogos e foi realizado na Escola Estadual Indígena Intercultural Guateka – Marçal de Souza, localizada no município de Dourados-MS, em uma turma de 1º ano de ensino médio, com faixa etária entre 14 e 20 anos. A escola está situada na Reserva Indígena Francisco Horta Barbosa localizada entre os municípios de Dourados e Itaporã/MS, possui uma área de 3.564 hectares, dividida entre as aldeias Jaquapiru e Bororó. É cortada pela Rodovia MS - 156 Pedro Palhano, e conta com uma população de aproximadamente 13.000 habitantes nas aldeias de Dourados, segundo os dados divulgados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) em 2011 (BENTO, 2011), predominando as etnias: Guarani/Kaiowá, Guarani/Ñandeva (Guarani), Terena, alguns indígenas da etnia Xavante, que vêm a Dourados para concluir seus estudos, além de um número crescente de mestiços.

As línguas predominantes são Guarani/Kaiowá. Há ainda alguns terenas que falam sua língua étnica e uma grande parte deles que já não falam mais a língua materna. Algumas famílias mantêm a tradição dessa língua em casa, porém, como nem todos mantêm esse costume, há uma diversidade nas salas de aula. Enquanto alguns falam muito bem a língua materna e não possuem uma clara compreensão da língua portuguesa, outros alunos só falam o português, exigindo assim um trabalho mais atento e detalhado do professor.

A realidade encontrada no ambiente escolar devido às barreiras enfrentadas no processo de ensino foi uma das motivações para a realização dessa experiência. E ainda as dificuldades encontradas pela diversidade de línguas, que fazem do ensino de matemática um desafio que pode ser amenizado com a aplicação de jogos na introdução de novos conteúdos, favorecendo a aprendizagem.

Jogo “Sequência Lógica”

Para fazer a introdução do conteúdo sobre Sequências Lógicas utilizando o jogo como recurso, fez-se necessária a criação e produção de um jogo baseado na figura do dado, onde foram acrescentadas, em cada face, uma cor e uma figura geométrica. O uso e aplicação do jogo teve como objetivo fazer com que os alunos relacionassem, compreendessem e resolvessem situações envolvendo sequências e figuras geométricas, para assim conceituar o conteúdo.

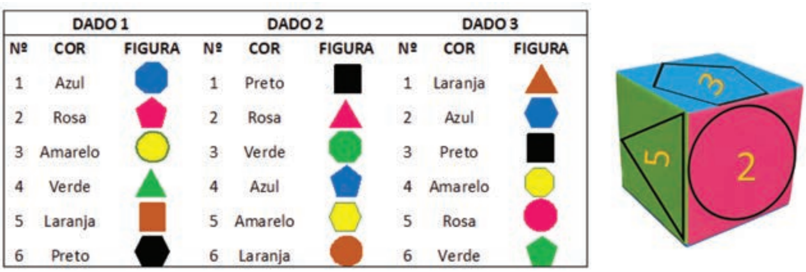
Ao iniciar a aula, os alunos foram comunicados de que iriam participar de um novo jogo e que a equipe vencedora iria ganhar um prêmio, e os alunos já se animaram ao saber o que iriam ganhar.

A turma foi dividida em três grupos de 6 alunos. O jogo composto por três dados foi apresentado, mostrando os dados e as informações contidas em cada lado do dado: uma cor, um número e uma figura geométrica, e que cada face dos dados continha informações alternadas.

Regras

Foi entregue um dado para cada grupo, para que eles pudessem analisar as informações contidas nas faces dos dados. Cada dado possuía as faces diferentes dos demais, conforme a Figura 1:

Figura 1 - Informações sobre o dado



DADO 1			DADO 2			DADO 3		
Nº	COR	FIGURA	Nº	COR	FIGURA	Nº	COR	FIGURA
1	Azul		1	Preto		1	Laranja	
2	Rosa		2	Rosa		2	Azul	
3	Amarelo		3	Verde		3	Preto	
4	Verde		4	Azul		4	Amarelo	
5	Laranja		5	Amarelo		5	Rosa	
6	Preto		6	Laranja		6	Verde	

Fonte: Autores.

Exemplo: Antes do início do jogo, as equipes anotam em um papel qual a sequência que pretendem formar, sem que os outros grupos vejam sua escolha, entre:

1ª sequência: Numeração: 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6;

2ª sequência: Cores: amarelo, azul, branco, verde, vermelho e preto;

3ª sequência: Figuras geométricas: círculo, triângulo, quadrado, pentágono, hexágono e heptágono;

Cada grupo anota na lousa os dados obtidos em cada lançamento de dado. Independente do grupo que lançou o dado.

Por exemplo: Grupo 1 escolheu a sequência (números); Grupo 2 (figuras) e Grupo 3 (cores); pode ocorrer de mais de um grupo escolher a mesma sequência. No jogo com três equipes, num lançamento de três dados obtêm-se os resultados:

1º Lançamento: (2 – rosa – pentágono);

2º Lançamento: (5 – rosa – círculo);

3º Lançamento: (2 – azul – hexágono);

4º Lançamento: (5 – amarelo – hexágono);

Quadro 1 - Dados obtidos em cada lançamento

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
1º lançamento	2 rosa pentágono	2 rosa pentágono	2 rosa pentágono
2º lançamento	5 círculo	5 círculo	5 círculo
3º lançamento	Azul hexágono	Azul hexágono	Azul hexágono
4º lançamento	amarelo	amarelo	Amarelo
5º lançamento			
.....			

Fonte: Autores.

Pelo Quadro 1 temos:

Grupo 1: 2 pontos (2 e 5);
Grupo 2: 3 pontos (pentágono, círculo e hexágono);
Grupo 3: 3 pontos (rosa, azul e amarelo).

Todos os grupos fazem as anotações dos resultados dos dados, mas não podem demonstrar qual a sequência que escolheram, pois, se alguém do grupo adversário perceber qual a sequência escolhida pelo grupo, pode solicitar ao professor que verifique no papel anotado a escolha deles. Se o grupo acertar poderá apagar um dos dados na tabela do grupo adversário, que foi descoberto. Caso erre, a equipe que seria descoberta é quem apaga um dado da tabela do grupo que tentou desmascarar. Se, ao lançar o dado, cair uma face repetida, o grupo que lançou o dado terá apagado dois dos resultados anotados na sua tabela, pelos demais grupos.

Exemplo:

5º Lançamento: (2 – rosa – pentágono), o grupo 1 foi quem lançou, então ele terá dois dados apagados da sua tabela pelos demais grupos.

- O grupo 2 apagou a cor rosa da tabela do grupo 1;
- O grupo 3 apagou o número 2 da tabela do grupo 1.

Quadro 2 - Dados obtidos em cada lançamento

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
1º lançamento	pentágono	2 rosa pentágono	2 rosa pentágono
2º lançamento	5 círculo	5 círculo	5 círculo
3º lançamento	azul hexágono	azul hexágono	Azul hexágono
4º lançamento	amarelo	amarelo	amarelo
5º lançamento			
.....			

Fonte: Autores.

A pontuação ficaria:

Grupo 1: 1 ponto (5);
Grupo 2: 3 pontos (pentágono, círculo e hexágono);
Grupo 3: 3 pontos (rosa, azul e amarelo).

Os grupos precisam ficar atentos à escolha feita pelo grupo adversário, para apagar os dados da sequência que o grupo pretende formar.

A ordem para o lançamento dos dados e a escolha de qual grupo lançará é uma sequência escolhida pelo professor, essa escolha, assim como a dos alunos, é anotada no início do jogo, sem que ninguém saiba.

Sequências que podem ser escolhidas pelo professor:

- Nome dos alunos em ordem alfabética, independente do grupo;
- Altura dos alunos, dos menores para os maiores, ou vice-versa;

Durante o jogo, os alunos precisam reparar nos demais grupos, e tentar descobrir qual a sequência que eles escolheram, e ainda qual a sequência que o professor está fazendo para escolher quem irá jogar o dado. Se alguém descobrir a sequência que o professor está seguindo, a equipe terá direito de apagar um dos dados da tabela de cada grupo adversário. O professor deverá mostrar a sequência que anotou para mostrar que o grupo acertou e, em seguida, anotar uma nova sequência a seguir.

O jogo se encerra assim que um grupo conseguir completar sua sequência escolhida.

RELATO DA EXPERIÊNCIA

No início, alguns alunos ficaram um pouco confusos, não haviam entendido as regras, que foram explicadas novamente, com um exemplo de como funcionaria. Cada equipe iria lançar seu próprio dado, mas os resultados anotados na lousa seriam o resultado de todos os dados lançados, inclusive dos adversários.

Para dar início ao jogo, escolhi aleatoriamente um número da chamada, e a partir desse número comecei a chamar os alunos a cada dois números.

O primeiro resultado obtido foi: Dado 1: 6, laranja, círculo. Todos anotaram na tabela da lousa.

Após o segundo lançamento dos dados, os alunos já foram entendendo o jogo, e quando aparecia uma situação diferente, a regra foi repetida para não ficar dúvidas.

No início, eles não observaram a reação dos integrantes dos grupos adversários, foram lembrados da vantagem de observá-la, e a partir daí os alunos ficaram observando a reação dos integrantes dos demais grupos para ver se encontravam alguma pista sobre a sequência escolhida pelos grupos.

Um aluno perguntou se essa sequência que iriam completar precisava ter uma ordem, por exemplo, se deveria seguir uma ordem crescente. Foram orientados que durante o jogo essa ordem não faria diferença, mas que existem situações fora do jogo que têm essa exigência.

No meio do jogo, os grupos foram questionados se queriam arriscar a escolha dos demais grupos, e assim eles começaram a interagir, pois viram que tinha como interferir na tabela alheia. Começaram a analisar os dados das tabelas, notando a animação suscitada nos demais grupos.

Os integrantes do grupo 1 quiseram arriscar, “chutar”, a escolha do grupo 3, e o jogo parou para se verificar se o “chute” estava correto; se acertassem, teriam o direito de apagar um item da tabela do grupo 3 e, caso errassem, o grupo 3 tinha o direito de apagar um item deles. O grupo 1 errou o “chute”, e o grupo 3 apagou a cor preta da tabela deles.

No próximo lançamento, do grupo 2, saiu um resultado repetido no dado que já havia saído antes; então, como regra, os grupos 1 e 3 tinham o direito de apagar um item cada um da tabela do grupo 2.

Os alunos começaram a gostar da atividade, e tais situações estimularam o raciocínio lógico deles para interpretar e analisar as decisões na hora de escolher quais dados os outros grupos estavam apagando, pois, assim, eles poderiam usar essa informação a favor deles.

Para Grando (2000, p. 29), "a competição inerente aos jogos garante--lhes o dinamismo, o movimento, propiciando um interesse e envolvimento espontâneos do aluno e contribuindo para o seu desenvolvimento social, intelectual e afetivo".

Apesar de apenas dois grupos fazerem a tentativa, nenhum dos grupos conseguiu descobrir a escolha da sequência do grupo adversário, os que tentaram, erraram e acabaram perdendo um item de sua tabela. Ninguém arriscou tentar descobrir a sequência que o professor seguiu para escolher quem jogaria o dado. E, caso tentassem, essa regra seria anulada, pois não foi possível escolher apenas uma sequência, e o professor teve que alterar a sequência escolhida, em razão de nem todos os alunos estarem presentes no dia da aula – os alunos eram chamados, mas não estavam presentes.

O jogo durou exatamente uma aula (50 minutos); assim que foi lançado o último dado obtendo o resultado que faltava para o grupo 2 ganhar, a aula se encerrou, com tempo de se concluir o jogo.

Na aula seguinte, que foi no mesmo dia, porém com uma aula intermediária, os alunos foram indagados sobre o que eles aprenderam com o jogo. Alguns alunos disseram que já sabiam sobre sequência lógica. Outros disseram que aprenderam a desenhar as figuras geométricas (pentágono, hexágono e octógono). Outro disse que as figuras geométricas tinham alguma relação, pelo número de faces. Outro aluno, ainda, disse que no jogo a tabela poderia ser preenchida apenas pela ordem dos números, ou pela ordem alfabética, nas cores, ou pelo número de faces, nas figuras geométricas. Foi comentado que essa seria uma boa ideia, porém, como a aula era curta, talvez não teríamos tempo para jogar assim, mas que também é possível, pois o jogo fica mais desafiador.

Foi explicado que, na sequência lógica, há uma regra que deve ser observada: a de que os dados de uma sequência possuem alguma informação ou uma ligação em comum com os demais dados, e que isso seria possível determinar apenas por observação das informações já conhecidas. A observação é fundamental para resolver alguns problemas, por exemplo, as regras do jogo podem orientar a equipe a chegar à final campeã. E, para que pudessem reforçar o que já sabiam a respeito, os grupos fariam outra atividade.

Após realizar a introdução de conceitos do conteúdo por meio da aplicação e realização do jogo, foram aplicadas algumas atividades para fixação. Assim, foi entregue uma lista com 3 atividades de sequências para os grupos resolverem e, após a resolução, eles iriam na lousa explicar as respostas obtidas.

Ficaram cerca de 30 minutos para resolver as atividades. Após esse tempo, cada aluno recebeu uma folha com todas as atividades desenvolvidas pelos grupos, para acompanharem as correções.

Os grupos foram à frente e começaram a explicar os resultados que haviam assinalado. Aos que tiveram dificuldade para entender o raciocínio utilizado para resolver a situação-problema, os alunos foram por iniciativa própria explicar nas carteiras dos colegas.

Por fim, todos os grupos apresentaram os resultados assinalados nas respostas. Foram questionados se tiveram alguma dificuldade e disseram que ficaram em dúvidas em algumas situações, porém todos chegaram a um resultado satisfatório.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

O tempo de duração foi mais demorado do que o esperado, o tempo explicando as regras foi acima do planejado, pois, quando não se conhece o jogo, leva mais tempo para entendê-lo, mas, assim que foi sendo desenvolvido o jogo, os alunos foram interagindo melhor.

Após o encerramento, foram questionados se gostaram do jogo, o que entenderam por "sequência", e se o jogo os ajudou a entenderem o que é uma sequência. Disseram que sim e que queriam jogar novamente. Alguns disseram que era "completar uma tabela", outro disse que "tinha uma ordem a seguir" e que "sequência é uma ordem". Outro disse que "já sabia o que era sequência porque já havia estudado sobre o assunto". Outro disse que "ajudou sim", mas que achava que "sequência era só de números". Um aluno perguntou se "nas figuras dos dados, a sequência era pelo número de vértices".

Em geral, não houve dificuldade em aplicar o jogo aos alunos, apenas na explicação das regras, pois como eles não conheciam o jogo e suas regras, levou-se um tempo para alguns compreenderem. Os alunos foram bastante participativos, indagaram quando surgia alguma dúvida, e ainda ao final sugeriram ideias para o jogo, demonstrando criatividade e interação.

> O desenvolvimento da criatividade é resultante da ação do indivíduo no jogo, onde ele exerce seu poder criador, elaborando estratégias, elaborando regras e cumprindo-as. No contexto do jogo, ele se insere num mundo de fantasia, irreal, criado por ele, onde exerce um certo poder e é capaz de criar. (GRANDO, 2000, p. 32).

Durante a resolução e correção das atividades, os alunos foram atenciosos com os colegas, foram nas carteiras tirar as dúvidas e esclarecer os métodos utilizados para resolverem as atividades, explicar suas respostas, enquanto outros desenharam os resultados na lousa para explicar a solução encontrada.

A contribuição na formação dos estudantes com a utilização das atividades lógicas de jogos é essencial, pois leva o indivíduo a criar ferramentas e mecanismos para obter resultados na disciplina estudada, principalmente na de matemática. O ensino da matemática proporciona e aguça a curiosidade, a procura por resposta, por meio de pesquisas, deduções, investigações, experimentos e outros, segundo Noé (2015). Essa curiosidade é despertada por incentivo do professor, e a aplicação de jogos é uma forma de introduzir e desenvolver conteúdos que, muitas vezes, quando aplicados diretamente com fórmulas, fazem com que os alunos percam o interesse.

A aula foi válida, os alunos gostaram e participaram do jogo, e as atividades desenvolvidas após o jogo complementaram o raciocínio, uma vez que durante a atividade eles tiveram conhecimento de sequências numéricas, figuras geométricas com relação a suas formas, ângulos, e também aprenderam a desenhá-las.

O objetivo principal de incentivar o raciocínio na resolução do jogo e das atividades de sequência lógica foi atingido, porém, todos os trabalhos foram realizados em equipes. Para realizar uma observação individual dos alunos, algumas atividades podem ser realizadas individualmente, até mesmo o jogo pode ser desenvolvido com apenas um integrante, assim fica mais fácil analisar cada um deles.

REFERÊNCIAS

BENTO, A. MS tem a 2ª maior população indígena do País; em Dourados vivem mais de 13 mil. **O Jornal da Grande Dourados** – GD News, Dourados, maio 2011.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula. Campinas**. 2000.

NOÉ, M. (Ed.). **Sequência Lógica:** Sequências Numéricas. Disponível em: <http://educador.brasilescola.com/estrategias-ensino/sequencia-logica.htm>. Acesso em: 22 de nov. de 2015.

TOMAZI, R. A. **Lógica - A arte de pensar.** 2013. 11 f. TCC (Graduação) - Curso de Sistema de Informação, Faculdade Mater Dei, Pato Branco, 2013.

32 O JOGO BOZÓ: UMA PROPOSTA DIDÁTICO-METODOLÓGICA PARA O ESTUDO DOS CONCEITOS FUNDAMENTAIS DE PROBABILIDADE

Valéria de Carvalho Torquato Evangelista[78]
João Vitor Teodoro[79]

INTRODUÇÃO

A busca de novas estratégias para o ensino da matemática no país, muito mais que um desafio, representa um novo paradigma da educação. Neste interesse, o uso de jogos em sala de aula tem evidenciado considerável eficácia. O jogo Bozó, tradicional no estado de Mato Grosso do Sul, apresenta características positivas para uso alternativo no ensino e aprendizagem da matemática, mais especificamente da probabilidade. Desta forma, esta pesquisa apresenta, com o uso do jogo em questão, a sistematização dos conceitos de experimento aleatório, evento, espaço amostral, evento elementar, definição de Probabilidade de Laplace, trabalho com soma e produto de probabilidades.

A Didática da Matemática é uma alternativa para uma renovação do ensino da disciplina. As pesquisas nesta área tiveram origem na década de 1970 e, até a sua consolidação como metodologia de pesquisa em Educação Matemática, Bittar (2017) afirma que o impulso de conhecimento veio da busca por uma metodologia capaz de auxiliar pesquisadores no preparo e análise de uma sequência didática que atendesse a matemática – uma vez que o campo da Educação não atendia às especificidades que sistematicamente se apresentavam. Desta forma, esta didática específica se apresenta como ponto de partida para mudanças no cenário do ensino-aprendizagem da disciplina de matemática: a partir do seu desenvolvimento, surgiram outras teorias interligadas e inter-relacionadas que alicerçaram o ensino exploratório, caso do presente trabalho.

A sensibilização dos professores de matemática às mudanças de postura na proposição de um conceito, conteúdo ou atividade é cada vez mais im-

78 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio. E-mail: valeria.tor4@gmail.com.
79 Professor doutor na Universidade Federal do Triângulo Mineiro.
E-mail: joao.magda@gmail.com.

prescindível. O ensino da matemática de forma técnica, com apresentação de deduções, demonstrações, exemplos através de cálculos e fórmulas prontas agrava o distanciamento e interesse do aluno pela disciplina de tal maneira que o aprendiz não consegue perceber o grau de importância que saber aplicar os conceitos matemáticos têm para sua vida.

Ponte (2005) elucida sobre a relevância de um ensino que transcenda a aula expositiva:

> Para um ensino que segue uma estratégia alternativa têm sido sugeridas muitas designações – "ensino por descoberta", "ensino activo", etc. O melhor termo, a meu ver, talvez seja o de "ensino-aprendizagem exploratório". A sua característica principal é que o professor não procura explicar tudo, mas deixa uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os alunos realizarem. A ênfase desloca-se da actividade "ensino" para a actividade mais complexa "ensino-aprendizagem". (PONTE, 2005, p. 13).

Dentre os diversos conteúdos abordados pela matemática, a probabilidade requer, além do raciocínio lógico, que o aluno alie pensamento abstrato a uma boa leitura e interpretação. Tantos pré-requisitos para aprender a probabilidade a torna um desafio para professores e alunos. Para evitar essa condição, um caminho é desvincular o cálculo probabilístico do conceito de que ele é difícil e complicado, o que pode ser feito com o uso de alternativas como o jogo Bozó, que desassocia a utilização de fórmulas e motiva os alunos à probabilidade. O jogo requer raciocínio bem proporcionado para o cálculo de acontecimentos simples equiprováveis, entre outros conceitos que, unidos, propiciam ao aluno condições de resolver problemas de probabilidade.

PLANEJAMENTO E APLICAÇÃO DA AULA

A atividade relatada neste estudo foi realizada em uma escola estadual na cidade de Coxim (Mato Grosso do Sul, Brasil). Como a pesquisadora relatante não detinha turma em andamento, o Prof. Vitor Ostenberg (regente de matemática) gentilmente cedeu uma turma, de maneira que o trabalho foi conjunto entre estes dois profissionais.

As aulas foram realizadas com o uso da metodologia do Ensino Exploratório e jogos, baseadas nas etapas descritas por Canavarro, Oliveira e Menezes (2012), que propõem quatro fases na organização de uma aula de ensino exploratório da matemática: introdução da tarefa, realização da tarefa, discussão da tarefa e sistematização das aprendizagens matemáticas.

Planejamento e Aplicação da Aula: 1º Momento – Introdução da tarefa

Como introdução da tarefa, foram inicialmente passados dois vídeos sobre probabilidade (Almeida, 2015; Matemática em Exercícios, 2015). Posteriormente, foi realizado debate sobre o tema, momento em que o professor regente pontuou alguns conceitos fundamentais. Na sequência, foi solicitado aos alunos que pesquisassem sobre os conceitos fundamentais de probabilidade a partir de exemplos de situações do cotidiano. Os alunos foram divididos em grupos de quatro integrantes e a pesquisa foi registrada no caderno, para ser apresentada aos colegas de sala na aula seguinte em um cartaz, elaborado com imagens e dados do assunto escolhido para a pesquisa.

Planejamento e Aplicação da Aula: 2º e 3º Momentos – Realização e discussão da tarefa

Nas duas aulas seguintes ocorreram as apresentações dos grupos, momento em que cada um expunha a história da origem dos seus respectivos jogos, as peças de que eram compostos e, principalmente, como eram as regras e o número de jogadas. Nesta etapa, os alunos puderam convidar colegas para algumas jogadas e, conforme os relatos eram feitos, a pesquisadora e o professor regente mediaram as proposições, pontuando os conceitos básicos e distinguindo probabilidade de estatística, confusão recorrente entre os exemplos que foram apresentados. Para direcionar a proposta do trabalho com jogos, foram ilustrados os exemplos e propostos conceitos utilizando jogos de azar.

A primeira proposta foi a solicitação para que os estudantes trabalhassem com o jogo Bozó. Contudo, eles propuseram que cada grupo pesquisasse e demonstrasse os conceitos de probabilidade com diversos tipos de jogos. Atendidos neste pedido, foram selecionados Black Jack, truco, roleta, roleta russa e jogo do bicho. No entanto, será dado recorte ao relato de dois grupos para descrever o presente trabalho, um no terceiro ano, turma A, e outro do terceiro ano, turma B, únicos que se interessaram pelo Bozó.

No andamento da aula, cada grupo fez suas apresentações e demonstrações, convidando os colegas dos outros grupos para jogar pelo menos uma partida do jogo escolhido. Enquanto jogavam, os alunos apresentavam e realizavam as correlações entre o que estavam estudando e as regras das jogadas, inclusive com a montagem do espaço amostral e realização de cálculos.

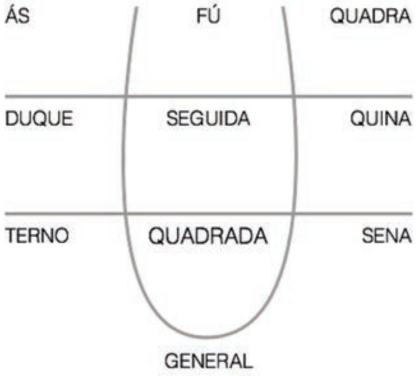
Os grupos que escolheram o Bozó iniciaram contando a história do jogo, sua origem, as nomenclaturas dos dados, bem como a nomenclatura na marcação da grade de pontuação. Neste momento, fizeram breves explicações e demonstrações sobre o espaço amostral e cálculos dos eventos. Os membros do grupo do terceiro ano A fizeram além do solicitado, e trouxeram outros elementos para as apresentações, tais como um tutorial para o jogo, enquanto o outro grupo, do terceiro ano B, limitou-se a fazer estritamente o pedido e atribuiu maior ênfase à prática, ou seja, demonstrou o jogo, suas regras e nomenclaturas, mas sem qualquer relação com o conteúdo de probabilidade.

O que é o Jogo e as Regras

Mais conhecido na região Centro-Oeste do Brasil, o Bozó é um jogo de lançamento de dados que requer sorte e estratégia dos participantes. Para jogar Bozó, são necessários: um copo de couro ou de outro material não transparente, cinco dados de seis faces, papel e caneta para anotar a pontuação de cada rodada.

Em cada rodada, o jogador utiliza o copo para efetuar até 3 lançamentos dos dados do jogo. Ao final, marca uma das seguintes casas do tabuleiro do Bozó: Ás, Duque, Terno, Quadra, Quina, Sena, Fú, Seguida, Quadrada e General. O jogo tem até 10 rodadas de no máximo três lançamentos.

Figura 1 - Tabuleiro do Bozó



Fonte: BOZÓ (2014).

O jogador é considerado vencedor imediato da partida de Bozó, independente da rodada, caso faça uma combinação de cinco números iguais no primeiro lançamento (General de Boca). Caso nenhum jogador consiga um General de Boca até a última rodada, o vencedor será aquele que atingir a maior pontuação na somatória de todas as casas do tabuleiro (Figura 1).

Figura 2 - Um de Ás = 1 ponto

Fonte: BOZÓ (2014).

Figura 3 - Dois de Ás = 2 pontos

Fonte: BOZÓ (2014).

Figura 4 - Três de Ás = 3 pontos

Fonte: BOZÓ (2014).

Figura 5 - Quatro de Ás = 4 pontos

Fonte: BOZÓ (2014).

Figura 6 - Cinco de Ás = 5 pontos

Fonte: BOZÓ (2014).

Planejamento e Aplicação da Aula: 4º Momento - Sistematização das aprendizagens matemáticas

Finalizadas as apresentações, os docentes fizeram as inferências sobre cada um dos jogos, elencando os elementos principais nas apresentações dos grupos, com as correlações aos conceitos fundamentais da probabilidade. Foi solicitado que cada grupo elaborasse um relatório na forma de relato de experiência, no qual descreveriam todas as etapas do desenvolvimento da pesquisa, as dificuldades encontradas, a validade dessa forma de tarefa e, por fim, uma autoavaliação.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Ao propor a atividade para o professor regente, a princípio o interesse foi de trabalhar apenas com o jogo Bozó, que faz parte da tradição do Estado. Quando a proposta foi apresentada aos alunos, contudo, eles não quiseram pesquisar um tipo de jogo: sugeriram que fosse feita uma votação para a escolha do tema da pesquisa, polêmica que foi mediada com a proposição de que cada grupo pesquisasse sobre o jogo que mais fosse do seu interesse, desde que possibilitasse o estudo de probabilidade. Consenso estabelecido, foi feita a descrição de como a pesquisa deveria ser realizada, assim como a apresentação e conceitos que deveriam ser abordados.

Os grupos não tiveram grandes dificuldades para realizar a pesquisa, exceto um grupo de cada turma de terceiro ano do ensino médio, com integrantes de postura não disponível a participar de nenhuma etapa das tarefas, mesmo quando convidados a trocar de tema ou grupo, a fim de uma tarefa mais tradicional.

Os grupos foram criativos, dinâmicos e entusiasmados durante todo o processo, alguns inclusive foram além do solicitado. Outros, contudo, não fizeram a pesquisa e foram diretamente para a prática, com um levantamento estatístico e não probabilístico. Mesmo situações como esta foram mediadas de melhor forma durante as aulas.

A primeira dificuldade evidenciada foi a diferenciação entre dados estatísticos e probabilísticos. Outro ponto crítico foi elencar a dinâmica e as regras do jogo, ressaltando cada conceito fundamental de probabilidade, bem como as questões organizacionais dos alunos, tendo em vista que a metodologia dá certa liberdade de entendimento e autonomia para realizar as tarefas, fato a que os alunos não estão habituados.

CONCLUSÃO

O trabalho com as novas metodologias se mostrou de grande valia para o ensino da matemática, uma vez que deu significado ao que os alunos aprendiam através da observação, discussão, troca de informações e experiências. No entanto, para que estas metodologias sejam eficazes, não basta a realização de trabalhos esporádicos: a utilização sistêmica e constante destes recursos desenvolve no aluno o hábito e a prontidão, necessários para integrar com efetividade este tipo de aprendizagem.

Através desta proposta de ensino exploratório, aliado a jogos, foi possível perceber que a maioria dos objetivos propostos pela atividade foi desenvolvida, com a motivação do interesse dos alunos pelo estudo de probabilidade. Houve momentos de debate para a determinação do conceito de experimento aleatório, foi discutido e estabelecido o conceito de espaço amostral, os alunos foram capazes de definir o cálculo de probabilidade, compreenderam os conceitos de acontecimento certo, provável e impossível, assimilaram a noção de probabilidade de um evento através da verificação de experiências repetidas.

Com estas assimilações obtidas, ficou evidente a importância do envolvimento dos alunos no ensino-aprendizagem. Práticas como a relatada neste estudo desenvolvem nos alunos o protagonismo e interesse necessários para que busquem e produzam seu próprio conhecimento, servindo então para que se tornem proativos na aprendizagem.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, V. L. **Exemplo de Probabilidade:** filme Quebrando a Banca. 2015. Disponível em: <https://youtu.be/8BjDPou6QD4>. Acesso em: 01 jun. 2018.

BITTAR, M. Contribuições da teoria das situações didáticas e da engenharia didática para discutir o ensino de matemática. In: TELES, R. A. M.; BORBA, R. E. S. R.; MONTEIRO, C.E.F. (Org.). **Investigações em Didática da Matemática.** Recife: Ed. UFPE, v. 2, 2017. p. 101 – 132.

BOZÓ. **Bozó**, 2014. Disponível em: <https://www.bozo.com.br/sobre/>. Acesso em: 23 de mai. de 2020.

CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da matemática: O caso de Célia. In: SANTOS, L. (Ed.). **Investigação em Educação Matemática.** Portalegre, Portugal: Spiem, 2012. p. 255-266.

MATEMÁTICA EM EXERCÍCIOS. **Curiosidades Matemáticas:** problema de Monty Hall - Prof. Gui. 2015. Disponível em: <https://youtu.be/6_mMLdAzUCE>. Acesso em: 1 de jun. de 2018.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular.** Lisboa: APM, 2005. p. 11–34.

33 A UTILIZAÇÃO DO JOGO STOP DA MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE SEQUÊNCIA NUMÉRICA

Joaquim Ribeiro Moreira Júnior[80]
Tatiani Garcia Neves[81]

INTRODUÇÃO

Todas as disciplinas têm seus pontos fortes e fracos, e a matemática, do ponto de vista da maioria dos alunos, é vista como uma disciplina difícil, pois exige atenção, treino e prática, que muitas vezes em sala de aula não é possível obter pela grande quantidade de alunos por sala, além de outros fatores que podem contribuir para este fato (SILVEIRA, 2002).

Com a experiência de sala de aula, pudemos observar que os alunos podem modificar seus atos de acordo com a orientação do professor e, para conseguir o sucesso de levar o aluno a construir o conhecimento, os professores devem buscar meios para que os alunos compreendam. O professor tem uma importância primordial no crescimento da personalidade de cada um, pois favorece a troca de experiência com a turma e esclarece sobre os fatos do cotidiano.

O professor é uma figura que educa, ensina e aprende a cada dia, muitas vezes se tornando pai, mãe, irmão, amigo entre outros, dos alunos e, com esta finalidade, observamos, de acordo com Santos (2002) que quando o professor instiga o aluno, o mesmo se interessa pela disciplina e aprende por meio da construção de conhecimentos.

Nesse sentido, o jogo aparece como uma oportunidade de nos reportarmos à nossa cultura e memória afetiva, por estarmos sempre diante de situações cotidianas como ver alguém jogando bozó, jogo de cartas entre outros.

Grando (2004, p. 14) afirma que:

> O planejamento no jogo de regras é definido pelas várias antecipações e construções de estratégias. Quando o aluno realiza constatações acerca

80 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio. E-mail: j.jhonkin@hotmail.com.
81 Professora mestra na Rede Municipal de Ensino de Dourados-MS. E-mail: tatianigarcianeves@gmail.com.

> de suas hipóteses, percebe regularidades e define estratégias, sendo capaz de efetuar um planejamento de suas ações, a fim de obter o objetivo final do jogo que é vencê-lo.

Visto que o jogo possibilita momentos de prazer e de aprendizagem significativa para as aulas de matemática, fica uma indagação: jogos como recursos pedagógicos para o processo de ensino e aprendizagem da matemática podem apresentar-se importantes no ensino de sequência numérica?

Diante desta questão, adaptamos o jogo *Stop* para o jogo *Stop da Matemática*, com o intuito de verificar se esse jogo facilitaria o aprendizado dos alunos em sequências numéricas. O jogo foi escolhido ao levarmos em consideração que muitos de nós, ao passarmos pela escola, já jogamos *Stop*, porém os assuntos que utilizávamos no topo das jogadas tinham relação com a letra escolhida e, assim, o adaptamos para a matemática, de modo a que tivesse o mesmo princípio, porém, com a exigência de cálculos e agilidade para se obter a resolução.

DESCRIÇÃO DAS AULAS

As aulas com o jogo *Stop da Matemática* aconteceram na Escola Estadual Fernando Corrêa, com alunos do 1º ano do ensino médio A, do período matutino na cidade de Três Lagoas-MS, e foram realizadas nos dias 27/10/2015 e 03/11/2015, na sexta aula.

A princípio, quando foi sugerida a atividade aos alunos, eles ficaram eufóricos e gostaram da ideia. Solicitamos que formassem grupos com cinco mesas e cadeiras dispostas na sala, utilizamos o software sorteio rápido para sortear os integrantes de cada grupo e, ao término da formação desses grupos, iniciamos os trabalhos com o jogo *Stop* tradicional para expormos as regras do jogo adaptado *Stop da Matemática*.

Para realizar esta atividade, contamos com a participação de trinta e dois alunos e mais a gerenciadora da sala de tecnologias para realizar os registros fotográficos. Utilizamos o quadro branco para explicação do jogo, pincel, cartelas impressas em sulfite para cada um dos grupos. Além disso, os alunos tinham uma folha do caderno para usar como rascunho, lápis, borracha e caneta para realizar seus cálculos.

Com as instruções do jogo realizadas no quadro, os estudantes foram completando a folha montando as colunas do jogo *Stop* tradicional, (nome, CEP, fruta, carro, minissérie, novela ou filme, objeto, minha sogra é? e total). Enfim, foram explicadas as regras, dizendo que a partir da letra revelada no sorteio entre eles, deveriam escrever o que estava determinado em cada coluna iniciando com a letra que foi revelada, no caso foi escolhido a letra "V".

Os alunos jogaram uma vez para poder relembrar ou aprender a jogar o Stop. E quando todos terminaram foi ensinado como deveria ser calculada a soma; itens diferenciados somavam 10 pontos, itens iguais, 5 pontos e, caso não tivessem marcado, ou o item estivesse errado, não se pontuava.

O jogo *Stop da Matemática* foi assim adaptado do *Stop* convencional: a primeira linha na tabela estava preenchida com as operações que os alunos deveriam realizar nas outras linhas. Seria ditado um número que deveria ser colocado na segunda linha, na primeira coluna, onde estava escrito “Número”. Em seguida, todos os jogadores deveriam realizar as operações indicadas na primeira linha. O aluno que terminasse todas as contas primeiro que os demais gritaria “*Stop*” e os demais parariam. Todos deveriam conferir suas respostas, vencendo o que obtivesse mais pontos.

Dessa forma, o jogo proposto, além de trabalhar com o conhecimento já adquirido pelo aluno, trabalhou com o raciocínio lógico, com a agilidade e com o cálculo mental. Nesta atividade, os alunos deveriam perceber que os números escolhidos e as operações realizadas por todos possuem uma certa regra, que denominamos de “lei de formação”, a regra que dá origem à sequência numérica. Neste intuito, se os alunos entenderem o contexto do jogo, ao trabalhar as sequências em sala, terão uma facilidade para compreender e associar o conteúdo.

Distribuímos as cartelas nos grupos com o jogo *Stop da Matemática* e, na sequência, desenhamos no quadro uma tabela para explicar passo a passo como deveriam proceder na resolução. Explicamos a diferença das pontuações, relembramos que estariam competindo apenas com o grupo no qual eles estavam inseridos, e não com a sala inteira, e quando alguém do grupo dissesse *Stop*, todos os integrantes do grupo deveriam parar.

Para que a atividade se tornasse mais dinâmica, em cada grupo, tínhamos cartelas diferenciadas, ou seja, em sua primeira linha, as operações e/ou números eram diferentes, a fim de que eles observassem que o padrão não se modificaria, apenas estaríamos alterando os números.

Após tirar as dúvidas e orientá-los, foi escolhido o número 0 e todos iniciaram, uns esqueceram de marcar, uns foram lentos e inseguros, mas estavam na fase de entendimento. Só a partir da terceira rodada é que foi possível a compreensão e alguns observaram o que tinha de comum nos números que eram ditos pelo professor e conseguiram analisar uma sequência.

Com as demais jogadas, observaram que os números que haviam sido solicitados pelo professor tinham uma sequência e que seus resultados também.

Quadro 1 - Modelo do jogo Stop da matemática

Número	+ 70	– 90	Triplo do número	+ 700	– 250	Sua quinta parte	Pontos
0	70	– 20	– 60	640	390	78	60
10	80	– 10	– 30	670	420	84	60
20	90	0	0	700	450	90	60
30	100	10	30	730	480	96	60
40	110	20	60	760	510	102	60
50	120	30	90	790	540	108	60
60	130	40	120	820	570	114	60
70	140	50	150	850	600	120	60
80	150	60	180	880	630	126	60
90	160	70	210	910	660	132	60
Total							600

Fonte: Autores.

Após o preenchimento de todas as linhas, e as equipes terem finalizado a atividade, iniciou-se a explicação das tabelas. Foi escrita no quadro a primeira linha com as operações que eles deveriam realizar e posto o número na primeira coluna que o professor tinha ditado para eles. Feito isso, o grupo que estava com a mesma cartela auxiliava na correção. Explicamos que havia seis regras no quadro e que era necessário fazer as contas sem erro. Mostramos que tinha uma ordem para chegar aos resultados, bastava eles observarem que tinha um certo padrão nas colunas, como, por exemplo, a primeira coluna estava aumentando de 10 em 10, a segunda também, a terceira de 30 em 30 e assim por diante.

Muitos notaram que era preciso fazer correto as 3 primeiras linhas para já ser possível continuar a sequência, pois havia uma ordem. Coube ao professor intervir e dizer que esta ordem é denominada de lei de formação nos estudos de sequências numéricas. Esta lei de formação nada mais é que a regra que definia o valor obtido.

Posteriormente, iniciamos com a lei de formação no quadro, colocando em forma algébrica (A_n=n+70,para n=0,10,20,30,40,...) para eles compreenderem que bastava substituir no lugar de n os valores para obtermos uma sequência. Deste modo, o conteúdo foi introduzido de uma forma diferenciada, pois muitas vezes este tópico acaba sendo incompreendido pelos alunos.

Os estudantes colaram suas tabelas no caderno e copiaram as resoluções, a fim de terem o registro. Outros exemplos foram escritos no quadro e atividades foram propostas para fixação do conteúdo de sequências numéricas através da lei de formação.

A participação dos alunos no começo era desanimadora: uns perguntavam se valia nota, se era obrigatório, mas quando se iniciou a atividade, não queriam parar de jogar. Até o momento de iniciar a atividade, foi bem difícil, ficaram excessivamente eufóricos. Porém, quando era dito o número, todos ficavam em silêncio e faziam a atividade, uns mais rápidos, outros mais lentos, mas todos ficaram atentos e interessados na atividade proporcionada a eles.

A execução da atividade não foi difícil, por se tratarem de operações básicas; com agilidade no processo de resolução das contas, os alunos conseguiram entender o que seria a lei de formação, que às vezes é muito abstrata, e conseguiram observar a sequência que possui tanto na coluna inicial quanto na final.

Foi possível notar a empolgação e a animação por estarem realizando uma atividade diferenciada. Este foi ao mesmo tempo um dos principais pontos positivos, e o negativo, o fato de se desatentarem com muita facilidade. Isso mostrou que é necessário ter um domínio da sala para poder conter toda a euforia desta faixa etária.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Não existe um único caminho para o ensino das disciplinas curriculares. É importante que o professor conheça as diversas possibilidades de trabalho para construir a sua prática. Nesta acepção, o jogo é considerado um recurso lúdico que os professores podem utilizar em suas aulas com a finalidade tanto de inserir conteúdo quanto de fixar o mesmo.

Existem vários educadores e estudiosos tais como Parra (1996), Grando (2004) e Mota (2009), que destacam a relevância da utilização dos jogos nas aulas. Com eles, pudemos perceber que as aulas planejadas utilizando jogos são mais atrativas do que aulas “tradicionais”. Foi necessário mais tempo para se planejar as atividades e preparar os materiais, mas a aula ficou dinâmica, divertida e interessante tanto para os alunos como para o professor, quando se observa o aprendizado obtido por cada um.

Trabalhar com jogos exige uma maior atenção para os alunos do que eles estavam habituados a desenvolver, pois demanda trabalhar em grupo, cálculo mental, agilidade, trabalhar com regras, expressão oral e escrita. Dessa forma, a pouca familiarização dos alunos com o processo intrigou um pouco no desenvolvimento da atividade. Com isso, fez-se necessário um maior e mais frequente uso de esclarecimentos da atividade para que não se caracterizasse como um jogo sem objetivos, uma vez que não apresentava complexidades maiores, pois os mesmos já conheciam o jogo convencional.

Com isso, concluímos que a aula teve um bom aproveitamento, os alunos se envolveram na atividade e conseguiram, pela dinâmica do jogo, compreender o novo conteúdo a ser trabalhado.

Isso mostra que trabalhar com jogos é um caminho que favorece o aprendizado, e utilizar o jogo *Stop da Matemática* fez com que saíssemos da rotina tradicional de sala de aula e fizéssemos outras descobertas em um momento de aprendizagem, jogando.

REFERÊNCIAS

GRANDO, R. C. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Paulus, 2ª ed., 2004.

MOTA, P. C. C. L. M. **Jogos no Ensino da Matemática.** 2009. 142f. Dissertação de Mestrado - Universidade de São Paulo. São Paulo.

PARRA, C.; SAIZ, I. (org). **Didática da Matemática**: reflexões pedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SANTOS, C. R. dos. **O gestor educacional de uma escola em mudanças**. São Paulo: Pioneira, 2002.

SILVEIRA, M. R. A. **Matemática é difícil**. Anais da 25ª REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO. Caxambu, 2002.

34 JUNTOS E MISTURADOS: OS ENTRAVES DO CICLO TRIGONOMÉTRICO ATRAVÉS DE UMA ABORDAGEM COM JOGOS

Maristela Fagundes[82]
Selma Helena Marchiori Hashimoto[83]

INTRODUÇÃO

Almejando melhorar o entendimento e absorção dos conteúdos matemáticos pelos alunos, uma grande parte dos docentes estão utilizando diferentes ferramentas pedagógicas, como, por exemplo, os jogos didáticos para introduzir ou concluir conteúdos. Neste sentido, pode-se construir uma ponte entre o aprendizado de conteúdos e aplicação de estratégias que auxiliem na compreensão da matemática, na prática.

Na rotina em sala de aula percebe-se que uma parcela significante dos alunos enfrenta dificuldades para assimilar conteúdos matemáticos, como a trigonometria. Analisando as dificuldades observadas em sala de aula, acredita-se que brincando se possa compreender melhor a teoria, sob uma forma diferente; o lúdico auxiliará na compreensão do ciclo trigonométrico, na simetria dos valores dos ângulos e nos seus respectivos quadrantes e sinais, já que:

> O trabalho com jogos nas aulas de matemática, quando bem planejado e orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização, as quais são estreitamente relacionadas ao assim chamado raciocínio lógico. (SMOLE, 2008, p. 9).

Nesse sentido, foi adaptado o jogo: "Juntos e Misturados: os entraves do ciclo trigonométrico através de uma abordagem com jogos", que auxiliará no desenvolvimento de habilidades como observação, raciocínio lógico, esti-

82 Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.
E-mail: maristela_fagundes@hotmail.com.
83 Professora doutora na Universidade Federal da Grande Dourados.
E-mail: selmahashimoto@ufgd.edu.br.

mativa, hipóteses e conjecturas, além de desenvolver o pensamento científico baseado no processo de construção de conceitos através de situações que estimulem a curiosidade.

O jogo foi aplicado em uma turma do 2º ano do ensino médio de uma escola estadual, com o intuito de se observar a aplicabilidade dos jogos nas aulas de matemática, ver qual é o efeito do jogo na compreensão do conteúdo proposto, de modo a que o aluno passe a não temer mais o desafio, mas a desejá-lo, uma vez que o jogo pode auxiliar no sentido de que, durante a sua realização, o aluno pode discutir e refletir sobre suas ações, permitindo compreender o seu próprio processo de aprendizagem e possibilitando a construção de conhecimentos.

PLANEJAMENTO E APLICAÇÃO DA AULA

Conforme as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), as atividades com jogos podem representar um importante recurso pedagógico, já que:

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações. (BRASIL, 1998, p. 47).

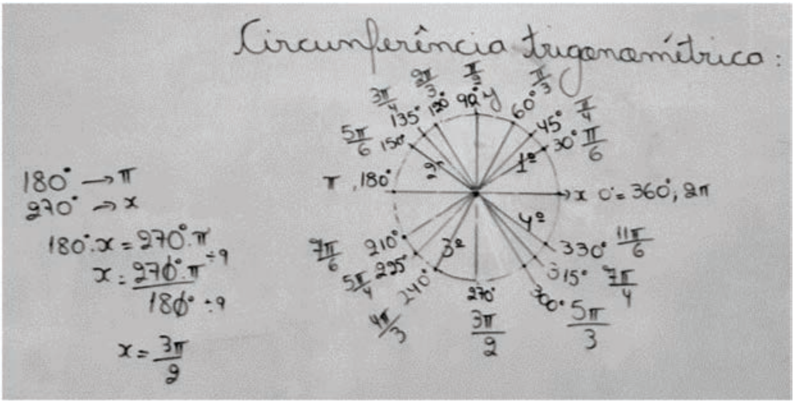
Além disso, nos PCNs, os jogos são uma das formas mais adequadas para a socialização e formação de atitudes – construção de uma atitude positiva perante os erros, enfrentamento de desafios, desenvolvimento da crítica, da intuição, da criação de estratégias e dos processos psicológicos básicos.

O jogo permite ao aluno interagir com o outro, expondo sua opinião e ideias. Porém, os jogos educativos requerem planejamento e objetivos bem estipulados, pois têm por finalidade promover a aprendizagem de maneira dinâmica e lúdica. Para mostrar aos alunos que é possível aprender brincando, foi feita a aplicação de uma aula diferenciada com a utilização de jogos no ensino e aprendizagem de matemática, como estratégia de fechamento de conceitos, facilitando o entendimento do aluno com a teoria, pois ao utilizar os jogos como recursos metodológicos aumenta-se a possibilidade de ajudar a solucionar uma parcela das dificuldades encontradas no ensino e aprendizagem de determinados conteúdos.

Como o objetivo desta pesquisa foi utilizar o jogo como uma estratégia de fechamento de conteúdo, antes da aplicação do mesmo foram realizadas 3 aulas de 50 minutos, sendo:

- Aula 01: Exposição teórica dos conceitos básicos da trigonometria, expondo a circunferência no quadro com os seus respectivos quadrantes, e relacionando os principais ângulos. A Figura 1 mostra foto do quadro desta aula, onde foram passadas as unidades de medidas dos ângulos e arcos, demonstrando as conversões de medidas:

Figura 1 - Circunferência trigonométrica



Fonte: Autores.

- Aula 02: Resolução de exercícios: "Conversão de graus em radiano", para os alunos assimilarem a teoria com a prática;
- Aula 03: Exposição teórica e demonstração de arcos e ângulos do Seno, Cosseno, Tangente e seus respectivos sinais, conforme os quadrantes.

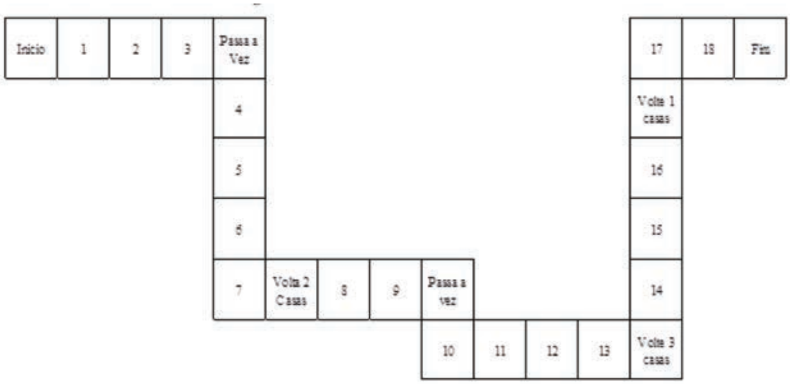
Para finalizar o processo de aprendizagem, foi aplicado o jogo: "Juntos e Misturados: os entraves do ciclo trigonométrico através de uma abordagem com jogo"; este jogo tem o propósito de proporcionar aos alunos uma melhor compreensão da teoria, construção do seu próprio conhecimento através da assimilação da simetria dos valores dos ângulos dos senos, cossenos e tangentes, seus quadrantes e sinais, além de favorecer a socialização com os demais colegas de sala.

Confecção do Jogo

- 1 base plana retangular, tamanho A4 (210 mm x 297 mm), que pode ser feita de papelão para o Tabuleiro;
- 1 base plana quadrada, tamanho (210 mm x 210 mm), que pode ser feita de papelão para a Roleta Trigonométrica;
- Um palito de churrasco;
- Um pino que pode ser parafuso, prego ou percevejo;
- Quadro folhas A4;
- 4 pinos coloridos;
- 1 dado.

Nas folhas A4 são impressos o Tabuleiro, as fichas de perguntas, e a roleta do ciclo trigonométrico, conforme as Figuras 2, 3 e 4:

Figura 2 - Modelo ilustrativo do tabuleiro

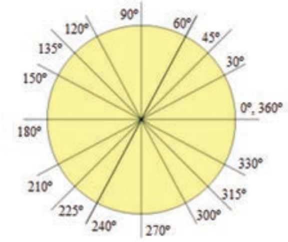


Fonte: Autores.

Figura 3 - Modelo ilustrativo das fichas com as perguntas

Fonte: Autores.

Figura 4 - Modelo ilustrativo da roleta do ciclo trigonométrico



Fonte: Autores.

Para auxiliar os jogadores, foram impressos 4 ciclos trigonométricos.

Regras:

1. Cada jogador escolhe a cor do pino que irá usar;
2. Cada jogador deverá jogar o dado uma vez e aquele que tirar o número maior dará início ao jogo;
3. O jogador iniciante jogará o dado e deixará reservada a quantidade que retirou. Em seguida, pega aleatoriamente uma ficha. Após retirar a ficha e ver a pergunta, o mesmo irá girar a roleta trigonométrica para saber o ângulo, se porventura a ponteira da roleta cair no meio de dois ângulos, considera-se o ângulo maior.

Exemplo: O jogador joga o dado e sai o número 5, deixa o valor do dado reservado, retira a pergunta: "Qual é o Seno no ângulo de...", neste instante gira a roleta e a ponteira aponta para o ângulo de 120°. Se o jogador responder corretamente, caminha 5 casas no tabuleiro, passando a vez para o próximo jogador. Se o jogador errar a resposta, permanece na casa que está no tabuleiro, sem prosseguir, e passa a vez para os demais jogadores.

1. O jogo só termina quando todos os pinos chegarem ao final do tabuleiro;
2. O vencedor do jogo será quem concluir primeiro o circuito.

   Apesar de ser um jogo simples, não deixa de ser desafiador, pois os alunos interagem, fazendo discussões e alguns cálculos sobre o conteúdo dado em sala de aula.

O jogo teve uma duração média de 20 minutos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A trigonometria é vista como um conteúdo muito difícil pelos alunos e, durante as 3 primeiras aulas, os mesmos não demonstravam se estavam entendo o conteúdo passado. Após aplicação do jogo, os alunos foram questionados se o mesmo auxiliou no entendimento da teoria com a prática, facilitando a compreensão dos conceitos demonstrados em sala de aula de uma forma lúdica. As respostas foram afirmativas e a professora pesquisadora, enquanto observadora e mediadora do jogo, observou que o jogo é uma ferramenta valiosa nas mãos dos docentes para auxiliar no ensino e aprendizado da matemática.

Nesta atividade foi observada a importância do jogo como ferramenta de encerramento da teoria com a prática, sendo observado que, durante o jogo, os alunos tiveram uma participação ativa na construção do seu próprio conhecimento, referente ao ciclo trigonométrico, favorecendo a socialização e a motivação entre os demais.

Foi evidente que, neste jogo, os alunos conseguiram compreender a simetria dos ângulos e seus respectivos valores, mostrando que o lúdico é uma ferramenta importante nas mãos dos docentes, sendo um instrumento de transmissão de conteúdo, pois quando bem planejado e preparado, obtém-se respostas positivas. Quando jogam, os alunos têm a oportunidade de formular e testar suas hipóteses, porque se veem diante de situações-problema. No jogo o aluno aprende a ouvir seus colegas, a falar em sala de aula, a exteriorizar seu pensamento, a argumentar em defesa de suas próprias ideias. Aprende, ainda, que escola é lugar de troca, de criação e de descobertas.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC, 1998.

SMOLE, K. S. (Org.). **Jogos de Matemática:** de 1º a 3º ano. Porto Alegre: Artmed, 2008

ISBN: 978-65-89736-18-9